Интернет-журнал «Транспортные сооружения» <https://t-s.today>
Russian journal of transport engineering

2019, №3, Том 6 / 2019, No 3, Vol 6 <https://t-s.today/issue-3-2019.html>

URL статьи: <https://t-s.today/PDF/40SATS319.pdf>

DOI: 10.15862/40SATS319 (<http://dx.doi.org/10.15862/40SATS319>)

Ссылка для цитирования этой статьи:

Дмитриев А.В., Соколов В.Г., Березнёв А.В. Исследование параметра длины и продольной сжимающей силы по определению частот свободных колебаний подземных тонкостенных газопроводов большого диаметра // Интернет-журнал «Транспортные сооружения», 2019 №3, <https://t-s.today/PDF/40SATS319.pdf> (доступ свободный). Загл. с экрана. Яз. рус., англ. DOI: 10.15862/40SATS319

For citation:

Dmitriev A.V., Sokolov V.G., Bereznev A.V. (2019). A study of the length parameter and the longitudinal compressive forces in the determination of frequencies of free vibrations of thin-walled underground pipelines of large diameter. *Russian journal of transport engineering*, [online] 3(6). Available at: <https://t-s.today/PDF/40SATS319.pdf> (in Russian). DOI: 10.15862/40SATS319

УДК 624.074.433

ГРНТИ 73.39.31

Дмитриев Андрей Викторович

ФГБОУ ВО «Тюменский индустриальный университет», Тюмень, Россия
Аспирант

E-mail: dandid@mail.ru

РИНЦ: http://elibrary.ru/author_profile.asp?id=1034764

Соколов Владимир Григорьевич

ФГБОУ ВО «Тюменский индустриальный университет», Тюмень, Россия
Заведующий кафедры «Строительной механики»
Доктор технических наук, доцент

E-mail: dandid@mail.ru

РИНЦ: http://elibrary.ru/author_profile.asp?id=524484

Березнёв Алексей Валерьевич

ФГБОУ ВО «Тюменский индустриальный университет», Тюмень, Россия
Доцент

Кандидат технических наук, доцент

E-mail: tmpod@yandex.ru

РИНЦ: http://elibrary.ru/author_profile.asp?id=553885

Исследование параметра длины и продольной сжимающей силы по определению частот свободных колебаний подземных тонкостенных газопроводов большого диаметра

Аннотация. Ранее в работе по изучению частотных характеристик подземного тонкостенного газопровода получено уравнение для нахождения частот собственных колебаний прямолинейных участков газопровода, учитывающее параметр продольной силы, величину внутреннего давления, коэффициента упругого отпора грунта, параметр тонкостенности, а также присоединённую массу грунта.

В данной статье, используя полученное уравнение, исследуется влияние длины участка трубопровода, уложенного в грунт, с различными физико-механическими характеристиками, а

так же влияние параметра продольной сжимающей силы на частоты свободных колебаний тонкостенного прямолинейного газопровода при действии различного внутреннего рабочего давления, для трубопроводов различных диаметров с различной толщиной стенки.

На основании расчётных данных, определённых по выведенным формулам, определяется критерий применения оболочечной теории или стержневой теории для нахождения собственных частот подземных тонкостенных трубопроводов большого диаметра в зависимости от длины элемента.

Одновременно с этим получено выражения позволяющее определить параметр критической силы, при котором происходит потеря устойчивости по стержневой теории («арочный выброс»), а также формула позволяющая определить критическую силу, от действия которой происходит потеря устойчивости по оболочечной теории (сплющивание поперечного сечения). На основании полученных данных, делается вывод, что сплющивание поперечного сечения трубопровода произойдёт при силе в разы меньше, чем требуется для образования «арочного выброса», а следовательно, для обеспечения надёжности подземного тонкостенного трубопровода большого диаметра следует в первую очередь выполнять проверку на устойчивость по оболочечной теории.

Ключевые слова: газопровод; частоты свободных колебаний; продольная сжимающая сила; коэффициент упругого отпора грунта; параметр тонкостенности; длина трубопровода; устойчивость

Данная публикация является продолжением работы [1], в которой было получено уравнение движения в перемещениях, учитывающее допущения полубезмоментной теории цилиндрических оболочек [2–6], по определению частот и форм свободных колебаний подземного газопровода:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^3 u}{\partial \xi^3} + h_v^2 \frac{\partial^3}{\partial \theta^3} \left(\frac{\partial^2 \vartheta_2}{\theta} + \vartheta_2 \right) + 2 \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} \varepsilon_0 \right) - \frac{R}{Eh} p_0 \frac{\partial^3 \vartheta_2}{\partial \theta^3} + \frac{R \mu_{bj}}{Eh} \frac{\partial^4 w}{\partial \theta^2 \partial t^2} + \frac{R^2 \kappa}{Eh} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} + \\ + R \gamma H \frac{\partial^3 \vartheta_2}{\partial \theta^3} (2 - \alpha_1 \cos \theta - 2 \cos 2\theta) + R \gamma H \left(\frac{\partial^2 \vartheta_2}{\partial \theta^2} \alpha_1 \sin \theta + \frac{\partial^2 \vartheta_2}{\partial \theta^2} 2 \alpha_2 \sin 2\theta \right) + \\ + R \gamma H \left(\frac{\partial \vartheta_2}{\partial \theta} \alpha_1 \cos \theta - \frac{\partial \vartheta_2}{\partial \theta} 4 \alpha_2 \cos 2\theta \right) - \frac{R^2 \rho}{E} \left(\frac{\partial^3 u}{\partial \xi \partial t^2} - \frac{\partial^3 v}{\partial \xi \partial t} - \frac{\partial^3 w}{\partial \theta^2 \partial t^2} \right) = 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где u, v, w – компоненты перемещений срединной поверхности оболочки, отнесенные к радиусу R , ϑ_2 – угол поворота, p_0 – внутреннее давление в трубе, ρ – коэффициент бокового давления грунта, H – толщина обжимаемого слоя, γ – объемный вес грунта, E – модуль

упругости материала трубы, R – радиус срединной поверхности, $h_v = \frac{h}{R \sqrt{12(1-\nu^2)}}$ – параметр относительной толщины оболочки, μ_{bj} – присоединенная масса грунта на единицу длины трубопровода, κ – коэффициент упругого отпора грунта [1].

Задача по определению частот и форм собственных колебаний подземного прямолинейного тонкостенного участка трубопровода сводится к определению собственных чисел матрицы. Для ее решения приводится определитель в матричной форме (1):

$$\begin{vmatrix} d_{11} - \lambda & d_{12} & d_{13} & d_{14} & \dots & d_{1n} \\ d_{21} & d_{22} - \lambda & d_{23} & d_{24} & \dots & d_{2n} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} - \lambda & d_{34} & \dots & d_{3n} \\ d_{41} & d_{42} & d_{43} & d_{44} - \lambda & \dots & d_{4n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ d_{p-41} & d_{p-31} & d_{p-21} & d_{p-11} & \dots & d_{pn} - \lambda \end{vmatrix} = 0, \quad (2)$$

$$d_{m,m} = \frac{a_{m,m}}{B_{m,n}}; d_{m,m\pm 1} = \frac{a_{m,m\pm 1}}{B_{m,n}}; d_{m,m\pm 2} = \frac{a_{m,m\pm 2}}{B_{m,n}}; \lambda = \omega^2.$$

где:

$$a_{m,m} = A_{m,n} - B_{m,n} \omega_{mn}^2; a_{m,m\pm 1} = -\frac{m^5(m\pm 2)}{2} q_{\text{гр}}^* \alpha_1; a_{m,m\pm 2} = -\frac{m^4[(m\pm 2)^2 - 1]}{2} q_{\text{гр}}^* \alpha_2;$$

где:

$$A_{m,n} = \lambda_n^4 + m^4(m^2 - 1)(m^2 - 1 + p^* - 2q_{\text{сп}}^*) + \kappa^* m^4 - \lambda_n^4 m^4 P / n^2;$$

$$B_{m,n} = \rho^* R h (\lambda_n^2 h_v + m^2 + m^4) + \mu_{bj}^* m^4;$$

$$p^* = p_0 \frac{R}{Eh \cdot h_v^2}, \rho^* = \rho_0 \frac{R}{Eh \cdot h_v^2}, \kappa^* = \frac{R^2 \kappa}{Eh \cdot h_v^2}, q_{\text{сп}}^* = \frac{\gamma H R}{Eh \cdot h_v^2}, \lambda_n = \frac{n \pi R}{L \sqrt{h_v}},$$

где

$$\mu_{bj}^* = 0,4 \cdot \mu_{bj} \frac{R}{Eh \cdot h_v^2}, \lambda_n = \frac{n \pi R}{L \sqrt{h_v}}, P = \frac{F}{F_9},$$

где L – длина участка трубопровода, h – толщина стенки трубопровода, E – модуль упругости материала трубы, ρ – плотность материала трубы, p_0 – внутреннее давление в трубе,

F – продольная сжимающая сила, $F_9 = \frac{\pi^2 EI}{L^2}$ – Эйлера сила, $I = \pi R^3 h$, μ_{bj}^* – параметр присоединённой массы грунта, $\omega_{m,n}$ – частота свободных колебаний (Гц).

Приведённое уравнение (2) позволяет проанализировать влияние параметра длины трубопровода $l^* = L/R$ при фиксированных значениях коэффициента упругого отпора κ Н/м³, который зависит от физико-механических свойств грунта, параметра толщины стенки трубопровода h/R и глубины заложения трубопровода $H = 2$ м, для различных значений внутреннего рабочего давления p_0 и параметра продольной сжимающей силы P на частоты свободных колебаний.

Полученные результаты, представленные в таблице №1 и на рис. 1, позволяют сделать следующие выводы:

во-первых – с увеличением параметра $l^* = L/R$ частоты свободных колебаний уменьшаются, так например при $p_0 = 0$ и $P = 0$ для $L/R = 10$ $\omega_{2,1} = 11,27$ Гц, а для $L/R = 60$ $\omega_{2,1} = 8,41$ Гц и при $p_0 = 1$ МПа и $P = 0$ для $L/R = 10$ $\omega_{2,1} = 13,48$ Гц, а для $L/R = 60$ $\omega_{2,1} = 1,21$ Гц;

во-вторых – с увеличением $l^* = L/R$, с учётом параметра продольной силы P для тонкостенных труб ($h/R \leq 1/20$), происходит увеличение частот свободных колебаний $\omega_{2,1}$ (оболочечная форма при $m = 2$, $n = 1$). Это объясняется тем, что «грунт, в котором находится трубопровод, оказывает сопротивление или отпор перемещениям стенок трубы и повышает

жёсткость и несущую способность. Влияние отпора сказывается тем значительнее, чем плотнее грунт и чем более гибки стенки трубопровода» [7, с. 2], так, например, при $p_0 = 1,0$ МПа и $P = 0,2$ для $l^* = L/R = 10$ $\omega_{2,1} = 1,31$ Гц, а для $l^* = L/R = 60$ $\omega_{2,1} = 11,20$ Гц;

в-третьих – частоты $\omega_{1,1}$ при $m = 1$, $n = 1$, полученные по стержневой теории без учета деформации поперечного сечения, с увеличением пролёта резко уменьшаются, так например $p_0 = 0$ и $P = 0$ для $l^* = L/R = 10$ $\omega_{1,1} = 29,53$ Гц, а для $l^* = L/R = 60$ $\omega_{1,1} = 8,41$ Гц уменьшение в 3,5 раз.

Таблица 1

Частоты свободных колебаний в зависимости от параметра длины, коэффициента упругого отпора грунта для различных значений внутреннего рабочего давления и коэффициента продольной сжимающей силы

(L/R)	$p_0 = 0.0$ (МПа): $P = 0$; $H = 2.0$ m; $h/R = 1/40$								
	$\kappa = 0.2 \cdot 10^7$ Н/м ³			$\kappa = 0.6 \cdot 10^7$ Н/м ³			$\kappa = 1.4 \cdot 10^7$ Н/м ³		
	$\omega_{1,1}$	$\omega_{2,1}$	$\omega_{3,1}$	$\omega_{1,1}$	$\omega_{2,1}$	$\omega_{3,1}$	$\omega_{1,1}$	$\omega_{2,1}$	$\omega_{3,1}$
10	29.53	11.27	19.45	30.35	13.37	20.76	31.91	16.81	23.15
15	13.88	9.05	19.22	15.54	11.56	20.54	18.43	15.41	22.95
20	8.82	8.62	19.18	11.26	11.23	20.50	15.00	15.16	22.92
30	5.92	8.45	19.17	9.18	11.11	20.49	13.51	15.07	22.91
40	5.28	8.42	19.17	8.78	11.08	20.49	13.24	15.05	22.90
50	5.09	8.42	19.16	8.67	11.08	20.49	13.17	15.05	22.90
60	5.02	8.41	19.16	8.63	11.07	20.49	13.14	15.05	22.90
(L/R)	$p_0 = 1.0$ (МПа): $P = 0$; $H = 2.0$ m; $h/R = 1/40$								
	$\kappa = 0.2 \cdot 10^7$ Н/м ³			$\kappa = 0.6 \cdot 10^7$ Н/м ³			$\kappa = 1.4 \cdot 10^7$ Н/м ³		
	$\omega_{1,1}$	$\omega_{2,1}$	$\omega_{3,1}$	$\omega_{1,1}$	$\omega_{2,1}$	$\omega_{3,1}$	$\omega_{1,1}$	$\omega_{2,1}$	$\omega_{3,1}$
10	29.53	13.48	22.94	30.35	15.28	24.05	31.91	18.37	26.14
15	13.88	11.69	22.74	15.54	13.73	23.87	18.43	17.10	25.97
20	8.82	11.36	22.71	11.26	13.45	23.83	15.00	16.87	25.94
30	5.92	11.24	22.70	9.18	13.35	23.82	13.51	16.79	25.93
40	5.28	11.21	22.69	8.78	13.33	23.82	13.24	16.78	25.93
50	5.09	11.21	22.69	8.67	13.32	23.82	13.17	16.77	25.93
60	5.02	11.21	22.69	8.63	13.32	23.82	13.14	16.77	25.93
(L/R)	$p_0 = 0.0$ (МПа): $P = 0.2$; $H = 2.0$ m; $h/R = 1/40$								
	$\kappa = 0.2 \cdot 10^7$ Н/м ³			$\kappa = 0.6 \cdot 10^7$ Н/м ³			$\kappa = 1.4 \cdot 10^7$ Н/м ³		
	$\omega_{1,1}$	$\omega_{2,1}$	$\omega_{3,1}$	$\omega_{1,1}$	$\omega_{2,1}$	$\omega_{3,1}$	$\omega_{1,1}$	$\omega_{2,1}$	$\omega_{3,1}$
10	26.50	-	14.02	27.41	-	15.78	29.14	10.13	18.81
15	12.61	6.80	18.26	14.42	9.91	19.65	17.49	14.21	22.15
20	8.19	7.94	18.88	10.78	10.72	20.22	14.64	14.79	22.67
30	5.74	8.32	19.11	9.06	11.00	20.44	13.43	15.00	22.86
40	5.22	8.38	19.15	8.74	11.05	20.47	13.22	15.03	22.89
50	5.07	8.40	19.16	8.65	11.06	20.48	13.16	15.04	22.90
60	5.01	8.41	19.16	8.62	11.07	20.48	13.14	15.04	22.90
(L/R))	$p_0 = 1.0$ (МПа): $P = 0.2$; $H = 2.0$ m; $h/R = 1/40$								
	$\kappa = 0.2 \cdot 10^7$ Н/м ³			$\kappa = 0.6 \cdot 10^7$ Н/м ³			$\kappa = 1.4 \cdot 10^7$ Н/м ³		
	$\omega_{1,1}$	$\omega_{2,1}$	$\omega_{3,1}$	$\omega_{1,1}$	$\omega_{2,1}$	$\omega_{3,1}$	$\omega_{1,1}$	$\omega_{2,1}$	$\omega_{3,1}$
10	26.50	1.31	18.55	27.41	7.32	19.91	29.14	12.54	22.39
15	12.61	10.05	21.94	14.42	10.42	12.37	17.49	16.02	25.27
20	8.19	10.85	22.46	10.78	13.02	23.59	14.64	16.54	25.72
30	5.74	11.14	22.65	9.06	13.26	23.78	13.43	16.72	25.89
40	5.22	11.18	22.68	8.74	13.30	23.81	13.22	16.76	25.91
50	5.07	11.20	22.69	8.65	13.31	23.81	13.16	16.76	25.992
60	5.01	11.20	22.69	8.62	13.32	23.82	13.14	16.77	25.92

Разработано авторами

Рисунок 1. Зависимость частот свободных колебаний от длины участка (L/R) при фиксированных значениях толщины стенки трубопровода (h/R) коэффициента упругого отпора грунта (κ) и глубины заложения трубопровода (H), для различных значений внутреннего рабочего давления (p_0), коэффициента продольной сжимающей силы (P) (разработано авторами)

Далее проведём анализ влияния побочных коэффициентов $d_{m,m\pm 1}, d_{m,m\pm 2}$, в решении (1) на частоты свободных колебаний. В таблице №2 приведены значения для полного определителя и без них, то есть $d_{m,m\pm 1} = 0, d_{m,m\pm 2} = 0$.

Таблица 2

Частоты свободных колебаний полученные для полного и диагонального определителя

Частота Гц	$p_0 = 0,0$ (МПа), $P = 0$; $H = 2,0$ м; $h/R = 1/40$, $\kappa = 0,4 \times 10^7$ Н/м ³								
	$L/R = 1/10$			$L/R = 1/15$			$L/R = 1/20$		
	Полный определитель	Диагональный определитель	Расхождение результатов в %	Полный определитель	Диагональный определитель	Расхождение результатов в %	Полный определитель	Диагональный определитель	Расхождение результатов в %
$\omega_{1,1}$	21,444	21,444	0 %	10,516	10,516	0 %	7,191	7,191	0 %
$\omega_{2,1}$	8,698	8,704	0,07 %	7,293	7,299	0,08 %	7,028	7,035	0,1 %
$\omega_{3,1}$	14,170	14,166	0,03 %	14,011	14,007	0,03 %	13,984	13,981	0,02 %

Разработано авторами

Анализ результатов, приведённых в таблице 2, показал, что расхождение в частотах свободных колебаний составляют не более 1 %. В виду малости расхождения полученных значений в дальнейшем можно пренебречь побочными коэффициентами $d_{m,m+1}, d_{m,m+2}$, приравняв их к нулю и использовать для определения частот диагональный определитель.

Для такого определителя характеристическое уравнение, корни которого определяют квадраты частот собственных колебаний цилиндрической оболочки, имеет вид:

$$(A_{1,1} - B_{1,n} \omega_{1n}^2) \cdot (A_{2,1} - B_{1,n} \omega_{2n}^2) \dots (A_{m,n} - B_{m,n} \omega_{mn}^2) = 0 \quad (3)$$

$$\omega_{mn}^2 = \frac{A_{m,n}}{B_{m,n}}$$

корни этого уравнения $B_{m,n}$, где $A_{m,n}$ и $B_{m,n}$ определяются (2).

Отсюда получаем формулу для квадрата частот собственных колебаний подземного прямолинейного тонкостенного газопровода подверженного действию внутреннего рабочего давления и продольной силы с учётом реакции упругого отпора грунта в виде:

$$\omega_{mn}^2 = \frac{\lambda_n^4 + m^4(m^2 - 1)(m^2 - 1 + p^* - 2q_{cp}^*) + \kappa^* m^4 - \lambda_n^4 m^4 P / n^2}{\rho^* Rh(\lambda^2 h_v + m^2 + m^4) + \mu_{bj} m^4} \quad (4)$$

Используя (4) при $m = 1, n = 1$, получаем выражение позволяющее определить квадраты частот ω_{11}^2 для колебаний с не деформируемым контуром сечения:

$$\omega_{1,1}^2 = \frac{\lambda_n^4 + \kappa^* - \lambda_n^4 P}{\rho^* Rh(\lambda^2 h_v + 2) + \mu_{bj}} \quad (5)$$

Подставляя в (4) $m = 2, n = 1$, получаем выражение позволяющее определить квадраты частот ω_{21}^2 для оболочечных форм колебаний:

$$\omega_{mn}^2 = \frac{\lambda_n^4 + 48(3 + p^* - 2q_{cp}^*) + 16\kappa^* - 16\lambda_n^4 P}{\rho^* Rh(\lambda^2 h_v + 20) + 16\mu_{bj}} \quad (6)$$

Используя динамический критерий устойчивости, для которого частота свободных колебаний обращается в ноль, из (5) получим выражение для определения параметра критической продольной силы $P_{кр}$ при которой система теряет устойчивость для $m = 1, n = 1$:

$$P_{кр} = n^2 + \frac{\kappa L^4}{n^2 \pi^4 R^2 E h} \quad (7)$$

Учитывая что, $P = \frac{F_{кр}}{F_э}$, $F_э = \frac{\pi^2 EI}{L^2}$, $I = \pi D^3 h$, при $n = 1$, подставив данные значения в (7) получим выражение (8) для критического продольного усилия, предложенного А.В. Айбиндером [8]

$$F_{кр} = \frac{\pi^2 EI}{L^2} + \frac{\kappa D L^2}{2\pi} \quad (8)$$

Формулы (7, 8) позволяют определить параметр критической силы с учётом влияния коэффициента упругого отпора грунта κ , при котором происходит отказ трубопровода при расчёте по стержневой теории.

Аналогичным образом из (6) получим выражение для определения параметра критической продольной силы $P_{кр}$ при которой система теряет устойчивость для $m = 2, n = 1$:

$$P_{кр} = \frac{n^2}{16} + \frac{L^4 h_v^2}{n^2 \pi^4 R^4} \left[9 + \frac{R}{E h h_v^2} (3p_0 - 6\gamma H + R\kappa) \right] \quad (9)$$

Выражения (9) позволяют определить параметр критической силы с учётом внутреннего давления p_0 , глубины заложения трубопровода H , объёмного веса грунта γ и коэффициента упругого отпора грунта κ при котором происходит отказ трубопровода при расчёте по оболочечной теории, то есть происходит сплющивание поперечного сечения.

Используя выражения (7) и (9) для участка трубопровода длиной $L = 10R$, диаметром 1420 мм, толщиной стенки 1,78 см при нулевом внутреннем давлении $p_0 = 0$ МПа с учётом коэффициента упругого отпора грунта $\kappa = 0,2 \cdot 10^7$ Н/м³, глубины заложения $H = 2$ м и объёмного веса грунта, окружающего трубопровод, $\gamma = 19,5$ КН/м³ определим параметр критической силы $P_{кр}$:

- стержневая теория $P_{кр} = 1,029$;
- оболочечная теория $P_{кр} = 0,14$.

$$P = \frac{F_{кр}}{F_э},$$

Учитывая что, получим значение критической силы $F_{кр} = 1,029 \cdot F_э$ для стержневой теории и $F_{кр} = 0,14 \cdot F_э$ для оболочечной теории. Данные значения показывают, что сплющивание поперечного сечения трубопровода произойдёт при силе в 7,35 раз меньше, чем требуется для образования «арочного выброса», а следовательно для обеспечения надёжности подземного трубопровода следует в первую очередь выполнять проверку по оболочечной теории.

Подробный анализ значений, приведённых в таблице 1 и на рисунке 1 показал, что при некоторых значениях параметра $l^* = L/R$, низшие частоты определяемые по теории оболочек

или по теории стержней совпадают, то есть $\omega_{11}^2 = \omega_{21}^2$. Это означает, что параметр l^* определяет границу применимости теории оболочек и стержневой теории. Приравняв выражения (5) и (6) между собой и используя математические преобразования, получим выражение критического параметра длины трубопровода l^* :

$$l^* = \frac{L}{R} = \frac{\pi}{\sqrt{h_v}} \sqrt[4]{\frac{\rho^* Rh(18+12P) + 15\mu_{bj}}{12\kappa^* \rho^* Rh + 48(3 + p^* - 2q_{zp}^* Rh + \mu_{bj}^*)}} \quad (10)$$

при $p_0 = 0$ и $P = 0$ выражение (6) приобретает вид:

$$l^* = \frac{L}{R} = \frac{\pi}{\sqrt{h_v}} \sqrt[4]{\frac{18\rho^* Rh + 15\mu_{bj}}{12\kappa^* \rho^* Rh + 48(3 - 2q_{zp}^* Rh + \mu_{bj}^*)}} \quad (11)$$

Анализируя выражения (9) и (10), а также данные, приведённые в таблице 1 и рис. 1, можно сделать некоторые выводы:

- а) на величину l^* существенное влияние оказывает внутреннее рабочее давление. С увеличением параметра внутреннего рабочего давления p^* параметр длины $l^* = L/R$ уменьшается, так как внутреннее рабочее давление препятствует деформации поперечного сечения, приближая расчётную схему к стержню с недеформируемым контуром поперечного сечения. Так например для $p_0 = 0,0$ МПа и $P = 0$ при $\kappa = 0,2 \cdot 10^7$ (Н/м³) $l^* = L/R = 20,4$, а для $p_0 = 1,0$ МПа при таких же прочих условиях $l^* = L/R = 16,63$ (см. рис. 1);
- б) с увеличением параметра упругого отпора κ^* длина l^* уменьшается, так например $p_0 = 0$ и $P = 0,2$ для $\kappa = 0,2 \cdot 10^7$ (Н/м³) $l^* = L/R = 20,43$, а для $\kappa = 1,4 \cdot 10^7$ (Н/м³) при прочих равных условиях параметр длины $l^* = L/R = 20,13$ (см. рис. 1);
- в) при $l \leq l^*$ следует определять частоты по (6), при $l \geq l^*$ частоты определяются по (5) то есть по стержневой теории для не деформируемого контура поперечного сечения;
- г) с увеличением глубины заложения трубопровода и давления грунта q_{zp}^* значение параметра длины l^* увеличивается, то есть граница применимости смещается в сторону теории оболочек;
- д) с увеличением присоединённой массы грунта длина l^* уменьшается;
- е) параметр продольной сжимающей силы P мало влияет на длину l^* так как он снижает частоты свободных колебаний не только при $m = 2, n = 1$ (по теории оболочек [2–6]), но и при $m = 1, n = 1$ (по теории стержней [9; 10]).

ЛИТЕРАТУРА

1. Соколов В.Г., Дмитриев А.В. Свободные колебания подземных прямолинейных тонкостенных участков газопроводов. Вестник гражданских инженеров. 2019. № 2 (73). С. 29–34. [Электронный ресурс] – Режим доступа: <https://elibrary.ru/item.asp?id=38589575>.
2. Ильин В.П. Применение полубезмоментной теории к задачам расчета тонкостенных труб [Текст]: Проблемы расчета пространственных конструкций. Труды МИСИ. М., 1980. № 1. С. 45–55.
3. Ильин В.П., Халецкая О.Б. О применении полубезмоментной теории к определению частот свободных колебаний круговой цилиндрической оболочки [Текст]: Исследования по расчету строительных конструкций. Труды ЛИСИ. 1974. №89. С. 49–60.
4. Муштари Х.М., Галимов К.З. Нелинейная теория упругих оболочек. [Текст]: Х.М. Муштари, К.З. Галимов; Акад. наук СССР. Казан. филиал. – Казань: Таткнигоиздат, Ред. науч.-техн. лит., 1957. – 431 с.
5. Новожилов В.В. Теория тонких оболочек. [Текст]: Новожилов В.В. Теория тонких оболочек. Л.: Судпромгиз, 1962. 430 с.
6. Соколов В.Г., Разов И.О. Свободные колебания тонкостенных газопроводов большого диаметра при полуподземной прокладке. Вестник гражданских инженеров. 2016. №6 (59). С. 114–120. [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://vestnik.spbgasu.ru/magazine-issue/no-6-59-dekabr-2016-vestnik-grazhdanskih-inzhenerov>.
7. Клейн Г.К. Расчет подземных трубопроводов. [Текст]: Клейн Г.К. д-р техн. наук проф., Расчет подземных трубопроводов, М., Стройиздат, 1969. – 240 с.
8. Айнбиндер, А.Б. Расчет магистральных и промысловых трубопроводов на прочность и устойчивость. [Текст]: Айнбиндер А.Б. Расчет магистральных и промысловых трубопроводов на прочность и устойчивость. Справочное пособие. М: Недра, 1991. – 288 с.
9. Камерштейн А.Г. Расчет трубопроводов на прочность. [Текст]: Камерштейн А.Г., Рождественский В.В., Ручимский М.Н. Расчет трубопроводов на прочность. Справочная книга. М.: Недра, 1969. 440 с.
10. Денисов Г.В. К расчету участков заглубленных магистральных трубопроводов с конструктивными включениями на сейсмическое воздействие. Современные проблемы науки и образования. 2014. № 4. С. 200. [Электронный ресурс] – Режим доступа: <https://cyberleninka.ru/article/v/predlozheniya-po-raschetu-uchastkov-zaglublennyh-magistralnyh-truboprovodov-s-konstruktivnym-vklyucheniem-na-seysmicheskoe>.

Dmitriev Andrey Viktorovich

Tyumen industrial university, Tyumen, Russia
E-mail: dandid@mail.ru

Sokolov Vladimir Grigoryevich

Tyumen industrial university, Tyumen, Russia
E-mail: sokolovvg@tyuiu.ru

Bereznev Aleksey Valeryevich

Tyumen industrial university, Tyumen, Russia
E-mail: tmpod@yandex.ru

A study of the length parameter and the longitudinal compressive forces in the determination of frequencies of free vibrations of thin-walled underground pipelines of large diameter

Abstract. Earlier work on the study of frequency characteristics of thin-walled underground pipeline to obtain an equation for finding the natural frequencies of the straight sections of the pipeline, taking into account the parameter of the longitudinal force, the magnitude of internal pressure, coefficient of elastic resistance of the soil, the option of thin tubing and added mass of the soil.

In this article, using the obtained equation, we study the influence of the length of the section of the pipeline laid in the soil with different physical-mechanical characteristics, and the effect of the parameter of the longitudinal compressive forces at the frequency of free oscillations of thin-walled straight pipeline under the action of various internal working pressure for pipes of different diameters with different wall thicknesses.

On the basis of the design data defined in the derived formulae, is determined by the criterion of application of shell theory or the core theory for finding the natural frequencies of thin-walled underground pipelines of large diameter, depending on the length of the element.

Simultaneously, the obtained expression allows to determine the critical force at which buckling occurs in the core of the theory ("beam buckling"), as well as the formula to determine the critical force, from which buckling occurs by shell theory (flattening of the cross section). Based on these data, it is concluded that flattening the cross section of the pipeline will occur when the force is at times less than required for the formation of "arch release", and consequently to ensure the reliability of underground thin-walled large diameter pipeline should be the first thing to check for resistance on the shell theory.

Keywords: the pipeline; the frequency of free oscillations; longitudinal compressive strength; coefficient of elastic resistance of the soil and the parameter of tonkozernistoy; the length of the pipeline resistance

REFERENCES

1. Sokolov V.G., Dmitriev A.V. (2019). Free vibrations of underground rectilinear thin-walled sections of gas pipelines. *Bulletin of Civil Engineers*, [online] 2(73), pp. 29–34. Available at: <https://elibrary.ru/item.asp?id=38589575> (in Russian).
2. Il'in V.P. (1980). Application of the semi-momentless theory to the problems of calculating thin-walled pipes. Problems of calculating spatial structures. *Proceedings of the Moscow Civil Engineering Institute*, 1, pp. 45–55 (in Russian).
3. Il'in V.P., Khaletskaya O.B. (1974). On the application of the semi-momentless theory to the determination of the frequencies of free vibrations of a circular cylindrical shell. Studies on the calculation of building structures. *Proceedings of the Leningrad Civil Engineering Institute*, 89, pp. 49–60 (in Russian).
4. Mushtari Kh.M., Galimov K.Z. (1957). Nelineynaya teoriya uprugikh obolochek. [*Nonlinear theory of elastic shells.*] Kazan: Tatknigoizdat, p. 431.
5. Novozhilov V.V. (1962). Teoriya tonkikh obolochek. [*Theory of Thin Shells.*] Leningrad: Sudpromgiz, p. 430.
6. Sokolov V.G., Razov I.O. (2016). Free vibrations of large-diameter thin-walled gas pipelines during semi-underground laying. *Bulletin of Civil Engineers*, [online] 6(59), pp. 114–120. Available at: <http://vestnik.spbgasu.ru/magazine-issue/no-6-59-dekabr-2016-vestnik-grazhdanskih-inzhenerov> (in Russian).
7. Kleyn G.K. (1969). Raschet podzemnykh truboprovodov. [*Calculation of underground pipelines.*] Moscow: Stroyizdat, p. 240.
8. Aynbinder A.B. (1991). Raschet magistral'nykh i promyslovykh truboprovodov na prochnost' i ustoychivost'. [*Calculation of trunk and field pipelines for strength and stability.*] Moscow: Bosom, p. 288.
9. Kamershteyn A.G., Rozhdestvenskiy V.V., Pychimskiy M.H. (1969). Raschet truboprovodov na prochnost'. [*Strength calculation of pipelines.*] Moscow: Bosom, p. 440.
10. Denisov G.V. (2014). To the calculation of sections of buried trunk pipelines with structural inclusions on seismic impact. *Modern problems of science and education*, [online] 4, p. 200. Available at: <https://cyberleninka.ru/article/v/predlozheniya-po-raschetu-uchastkov-zaglublennykh-magistralnykh-truboprovodov-s-konstruktivnym-vklyucheniem-na-seysmicheskoe> (in Russian).