

Интернет-журнал «Транспортные сооружения» <https://t-s.today>

Russian journal of transport engineering

2019, №3, Том 6 / 2019, No 3, Vol 6 <https://t-s.today/issue-3-2019.html>

URL статьи: <https://t-s.today/PDF/33SATS319.pdf>

DOI: 10.15862/33SATS319 (<http://dx.doi.org/10.15862/33SATS319>)

**Ссылка для цитирования этой статьи:**

Коваль С.В., Пестрякова Е.А., Пискунов А.А., Киселёв Ф.Б., Ерофеев М.Н., Сонин А.Н., Бетербиев А.С.-Э. Расчётное обоснование несущей способности обделки при раскрытии вспомогательных выработок в условиях локального замораживания породного массива // Интернет-журнал «Транспортные сооружения», 2019 №3, <https://t-s.today/PDF/33SATS319.pdf> (доступ свободный). Загл. с экрана. Яз. рус., англ. DOI: 10.15862/33SATS319

**For citation:**

Koval S.V., Pestryakova E.A., Piskunov A.A., Kiselev F.B., Erofeev M.N., Sonin A.N., Beterbiev A.S.-E. (2019). Estimated justification of the bearing capacity of the lining when opening auxiliary workings in conditions of local freezing of the rock mass. *Russian journal of transport engineering*, [online] 3(6). Available at: <https://t-s.today/PDF/33SATS319.pdf> (in Russian). DOI: 10.15862/33SATS319

**УДК 625.42**

**ГРНТИ 67.11**

**Коваль Сергей Всеволодович**

ФГАОУ ВО «Российский университет транспорта (МИИТ)», Москва, Россия  
Профессор  
Доктор технических наук, профессор

**Пестрякова Екатерина Алексеевна**

ФГАОУ ВО «Российский университет транспорта (МИИТ)», Москва, Россия  
Старший преподаватель кафедры «Мосты и тоннели»  
E-mail: [Kate.pestriakova@gmail.com](mailto:Kate.pestriakova@gmail.com)

**Пискунов Александр Алексеевич**

ФГАОУ ВО «Российский университет транспорта (МИИТ)», Москва, Россия  
Зав. кафедрой «Мосты и тоннели»  
Доктор технических наук, профессор

**Киселёв Фёдор Борисович**

ФГБОУ ВО «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова», Москва, Россия  
Доцент кафедры «Теории пластичности»  
Кандидат технических наук, доцент

**Ерофеев Михаил Николаевич**

ФГАОУ ВО «Российский университет транспорта (МИИТ)», Москва, Россия  
Профессор кафедрой «Мосты и тоннели»  
Доктор технических наук, профессор

**Сонин Александр Николаевич**

ФГАОУ ВО «Российский университет транспорта (МИИТ)», Москва, Россия  
Доцент кафедрой «Мосты и тоннели»  
Кандидат технических наук, доцент

**Бетербиев Адам Саид-Эмиевич**

ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет»  
Москва, Россия  
Магистрант кафедры «Механики грунтов и геотехники»

## Расчётное обоснование несущей способности обделки при раскрытии вспомогательных выработок в условиях локального замораживания породного массива

**Аннотация.** Для выполнения работ по устройству тоннельных сооружений в условиях водонасыщенных неустойчивых грунтов, имеющих характер плавунных, предусмотрена их стабилизация и упрочнение.

При строительстве совмещенной вентиляционной и технологической сбойки действующего метрополитена, планируемой к производству строительно-монтажных работ горным способом в водонасыщенных мелкодисперсных песках, предусматривается осуществление мероприятий по замораживанию грунтового массива.

Для безопасного строительства выработок принято решение по осуществлению расчетов и математическому моделированию процессов воздействия на обделку и шпунтовое ограждение при производстве работ по замораживанию, вскрытию обделки и оттаивании грунтового массива.

В статье приведены результаты аналитических исследований состояния породного песчаного массива в условиях замораживания.

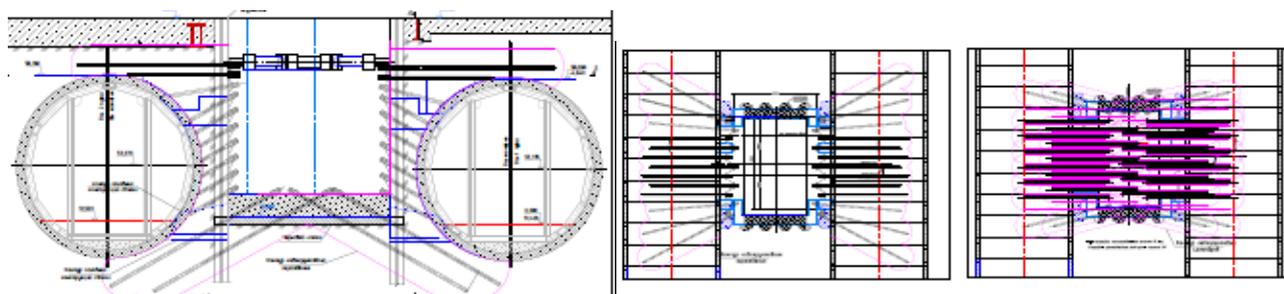
Для проведения расчета сооружения на механические воздействия использован и реализован алгоритм численной реализации пространственной неупругой задачи с помощью метода конечных разностей и конечных элементов Мак-Кормака второго порядка для динамических задач. Использован метод конечных элементов в постановке Лагранжа динамических и статических задач.

Применена модель бетона и грунта, описываемой теорией пластического течения для сдвига с учетом скорости нагружения при объемном деформировании. Для решения статических (квазистатических задач) применяется метод установления в явной реализации или квазистатический метод при отсутствии инерционных членов.

Рассмотрена слоистая двухфазная среда, каждый слой которой является однородным и изотропным. Данная среда моделирует поведение влагонасыщенного грунта, одна фаза которого находится в талом, а другая в мерзлом состоянии.

**Ключевые слова:** метрополитен; замораживание; модель геометрической области; численное моделирование

При строительстве совмещенной вентиляционной и технологической сбойки действующего метрополитена, планируемой к производству строительно-монтажных работ горным способом в водонасыщенных мелкодисперсных песках, предусматривается осуществление мероприятий по замораживанию грунтового массива (рис. 1).



*Рисунок 1. Планируемое замораживание грунтового массива (разработано автором)*

Для безопасного строительства выработок принято решение по осуществлению расчетов и математическому моделированию процессов воздействия на обделку и шпунтовое ограждение при производстве работ по замораживанию, вскрытию обделки и оттаиванию грунтового массива.

Основными задачами работы являются:

- *расчет влияния замораживания на существующие тоннели и шпунтовое ограждение;*
- *расчет несущей способности ледогрунтового массива при вскрытии шпунтового ограждения и проходки до тоннеля;*
- *расчет несущей способности обделки и ледогрунтового массива при вскрытии обделки тоннеля и оттаивании замороженного грунта.*

Расчеты выполнены для двух моделей геометрической области модель №1 и модель №2 по двум методикам:

- *оценка НДС массива в начальном состоянии;*
- *оценка НДС массива с учетом циклов замораживания-оттаивания.*

Для тестирования методик на первом шаге расчета НДС массивов по методикам 1 и 2 для моделей №1 и №2 должны быть идентичными в пределах погрешности.

### **Методические положения по расчету конструкций на механические и температурные воздействия. Основные положения методики расчета на механические воздействия. Математическая постановка задачи**

Для проведения расчета сооружения на механические воздействия использован и реализован алгоритм численной реализации пространственной неупругой задачи с помощью метода конечных разностей и конечных элементов Мак-Кормака 2 порядка для явных динамических задач и метод конечных элементов для неявных динамических и статических задач в постановке Лагранжа с применением модели бетона и грунта, описываемой теорией пластического течения для сдвига с учетом скорости нагружения при объемном деформировании. Для решения статических (квазистатических задач) применяется метод установления в явной реализации или квазистатический метод (статические задачи во времени) при отсутствии инерционных членов.

Основные соотношения методики упруго-пластического расчета системы «сооружение-грунтовое основание»:

Уравнения движения в форме Лагранжа:

$$\begin{aligned}\rho \frac{du}{dt} &= \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial z} + F_x \\ \rho \frac{dv}{dt} &= \frac{\partial \sigma_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial z} + F_y \\ \rho \frac{dw}{dt} &= \frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + F_z\end{aligned}\tag{1}$$

где  $\rho$  – плотность среды,

$F$  – массовые силы.

За «+» принято сжатие:  $\frac{du}{dt} = -\left(\frac{\partial\sigma}{\partial x} + \dots\right)$

Тензор напряжения:

$$\begin{vmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{vmatrix}$$

Соотношения Коши:

$$\frac{\partial\varepsilon_{xx}}{\partial t} = \frac{\partial u}{\partial x}; \quad \frac{\partial\varepsilon_{yy}}{\partial t} = \frac{\partial v}{\partial y}; \quad \frac{\partial\varepsilon_{zz}}{\partial t} = \frac{\partial w}{\partial z} \quad (2)$$

$$\frac{\partial\varepsilon_{xy}}{\partial t} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}\right); \quad \frac{\partial\varepsilon_{xz}}{\partial t} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z}\right); \quad \frac{\partial\varepsilon_{zy}}{\partial t} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z}\right) \quad (3)$$

Сокращенно:

$$\rho \frac{\partial\varepsilon_{ij}}{\partial t} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i}\right) \quad (4)$$

$$J_2 = \frac{1}{6}\left[(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + (\sigma_{xx} - \sigma_{zz})^2 + (\sigma_{yy} - \sigma_{zz})^2\right] + \sigma_{xy}^2 + \sigma_{xz}^2 + \sigma_{yz}^2 \quad (5)$$

второй инвариант девиатора тензора напряжений.

Соотношения между напряжениями и деформациями в упругости (Закон Гука).

Если  $J_2 < F$ ,  $\lambda \equiv 0$  – упругость.

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= E(\varepsilon_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)); \\ \sigma_2 &= E(\varepsilon_2 - \mu(\sigma_1 + \sigma_3)); \\ \sigma_3 &= E(\varepsilon_3 - \mu(\sigma_2 + \sigma_1)). \end{aligned} \quad (6)$$

Соотношения между напряжениями и деформациями при наступлении пластических деформаций:

Условие пластичности для  $\lambda > 0$

$$\frac{1}{2}S_{ij}S_{ij} = J_2; \quad J_2 = F(\sigma) \quad (7)$$

Уравнение состояния:

$$\frac{\partial\varepsilon}{\partial t} = g(\sigma - f(\varepsilon)) + \begin{cases} \frac{1}{E(\varepsilon)} \frac{\partial\sigma}{\partial t}; \frac{\partial\sigma}{\partial t} \geq 0 \\ \frac{1}{E_*(\sigma, \varepsilon)} \frac{\partial\sigma}{\partial t}; \frac{\partial\sigma}{\partial t} < 0 \end{cases} \quad (8)$$

Закон деформирования при сдвиге:

$$\frac{d\tilde{S}_{ij}}{dt} + \lambda_0 S_{ij} = 2G \left( \dot{\varepsilon}_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \dot{\varepsilon} \right) \quad (9)$$

Согласно теории пластического течения Прандтля-Рейса, в левой части выражения

производная Яуманна  $\frac{d\tilde{S}_{ij}}{dt}$ .

Компоненты сдвига:

$$\left( \left[ 2G \left( \dot{\varepsilon}_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \dot{\varepsilon} \right) = \frac{dS_{ij}}{dt} + \lambda S_{ij} \right] \cdot S_{ij} \right); \lambda = \frac{2GW - F'(\sigma) \cdot \frac{d\sigma}{dt}}{2F} \quad (10)$$

- для изотропного упрочнения:

$$\lambda = \frac{\xi_{ij} \dot{\sigma}_{ij} - bF \dot{\sigma}}{F^2 \varphi' \left( \varepsilon_{eqv}^p \right)}$$

- для трансляционного (кинематического) упрочнения:

$$\varepsilon = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3}{3}; \quad \sigma = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3}.$$

$$S_{ij} = \sigma_{ij} - \sigma; \quad (11)$$

$$W = S_{ij} \cdot \dot{\varepsilon}_{ij} = (\sigma_{ij} - \sigma) \frac{d\varepsilon_{ij}}{dt}. \quad (12)$$

$$W = S_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij} =$$

$$S_{11} (\dot{\varepsilon}_{11} + \dot{\varepsilon}_{12} + \dot{\varepsilon}_{13}) + S_{22} (\dot{\varepsilon}_{21} + \dot{\varepsilon}_{22} + \dot{\varepsilon}_{23}) + S_{33} (\dot{\varepsilon}_{31} + \dot{\varepsilon}_{32} + \dot{\varepsilon}_{33}) +$$

$$S_{12} (\dot{\varepsilon}_{12} + \dot{\varepsilon}_{22} + \dot{\varepsilon}_{32}) + S_{13} (\dot{\varepsilon}_{13} + \dot{\varepsilon}_{23} + \dot{\varepsilon}_{33}) + S_{23} (\dot{\varepsilon}_{23} + \dot{\varepsilon}_{13} + \dot{\varepsilon}_{33}) +$$

$$S_{21} (\dot{\varepsilon}_{21} + \dot{\varepsilon}_{22} + \dot{\varepsilon}_{23}) + S_{31} (\dot{\varepsilon}_{31} + \dot{\varepsilon}_{32} + \dot{\varepsilon}_{33}) + S_{32} (\dot{\varepsilon}_{32} + \dot{\varepsilon}_{31} + \dot{\varepsilon}_{33}).$$

$$\frac{dS_{12}}{dt} = \frac{2Gd\varepsilon_{12}}{dt} + \lambda S_{12}; \quad \frac{dS_{13}}{dt} = \frac{2Gd\varepsilon_{13}}{dt} + \lambda S_{13}; \quad \frac{dS_{23}}{dt} = \frac{2Gd\varepsilon_{23}}{dt} + \lambda S_{23}$$

(для  $S_{21}, S_{31}, S_{32}$  – симметрично).

Выражение для производной Яуманна  $\frac{d\tilde{S}_{ij}}{dt}$  :

$$2\omega_{ij} = \frac{\partial v_j}{\partial x_i} - \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \quad (13)$$

$$\frac{d\tilde{S}_{ij}}{dt} = \frac{dS_{ij}}{dt} - S_{ik} \omega_{jk} - S_{jk} \omega_{ik}$$

$$S_{ik} \omega_{jk} = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega_{11} & \omega_{21} & \omega_{31} \\ \omega_{12} & \omega_{22} & \omega_{32} \\ \omega_{13} & \omega_{23} & \omega_{33} \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} S_{11}\omega_{11} + S_{12}\omega_{12} + S_{13}\omega_{13} & S_{11}\omega_{21} + S_{12}\omega_{22} + S_{13}\omega_{23} & S_{11}\omega_{31} + S_{12}\omega_{32} + S_{13}\omega_{33} \\ S_{21}\omega_{11} + S_{22}\omega_{12} + S_{23}\omega_{13} & S_{21}\omega_{21} + S_{22}\omega_{22} + S_{23}\omega_{23} & S_{21}\omega_{31} + S_{22}\omega_{32} + S_{23}\omega_{33} \\ S_{31}\omega_{11} + S_{32}\omega_{12} + S_{33}\omega_{13} & S_{31}\omega_{21} + S_{32}\omega_{22} + S_{33}\omega_{23} & S_{31}\omega_{31} + S_{32}\omega_{32} + S_{33}\omega_{33} \end{pmatrix}$$

Вычисления внутри области ведутся по двухшаговой схеме Мак-Кормака. Временной шаг в схеме Мак-Кормака осуществляется в два приема: сначала находится значение на предикторе, затем оно корректируется.

Конкретно, для системы (1) предиктор схемы Мак-Кормака имеет вид:

$$\begin{aligned} \bar{u}_{ijk}^{(1)} = & \bar{u}_{ijk}^n + \frac{\Delta t}{\Delta x} A \left[ (1 - \varepsilon_x) \bar{u}_{i+1,j,k}^n - (1 - 2\varepsilon_x) \bar{u}_{ijk}^n - \varepsilon_x \bar{u}_{i-1,j,k}^n \right] \\ & + \frac{\Delta t}{\Delta y} B \left[ (1 - \varepsilon_y) \bar{u}_{i,j+1,k}^n - (1 - 2\varepsilon_y) \bar{u}_{ijk}^n - \varepsilon_y \bar{u}_{i,j-1,k}^n \right] \\ & + \frac{\Delta t}{\Delta z} C \left[ (1 - \varepsilon_z) \bar{u}_{i,j,k+1}^n - (1 - 2\varepsilon_z) \bar{u}_{ijk}^n - \varepsilon_z \bar{u}_{i,j,k-1}^n \right] \end{aligned} \quad (14)$$

Соответственно, корректор выглядит так:

$$\begin{aligned} \bar{u}_{ijk}^{n+1} = & \left\{ \bar{u}_{ijk}^n + \bar{u}_{ijk}^{(1)} + \frac{\Delta t}{\Delta x} A \left[ (1 - \varepsilon_x) \bar{u}_{i+1,j,k}^{(1)} - (1 - 2\varepsilon_x) \bar{u}_{ijk}^{(1)} - \varepsilon_x \bar{u}_{i-1,j,k}^{(1)} \right] \right. \\ & + \frac{\Delta t}{\Delta y} B \left[ (1 - \varepsilon_y) \bar{u}_{i,j+1,k}^{(1)} - (1 - 2\varepsilon_y) \bar{u}_{ijk}^{(1)} - \varepsilon_y \bar{u}_{i,j-1,k}^{(1)} \right] \\ & \left. + \frac{\Delta t}{\Delta z} C \left[ (1 - \varepsilon_z) \bar{u}_{i,j,k+1}^{(1)} - (1 - 2\varepsilon_z) \bar{u}_{ijk}^{(1)} - \varepsilon_z \bar{u}_{i,j,k-1}^{(1)} \right] \right\}. \end{aligned} \quad (15)$$

В векторных уравнениях

$$\varepsilon_x = \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \end{Bmatrix}; \quad \varepsilon_y = \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \end{Bmatrix}; \quad \varepsilon_z = \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \end{Bmatrix}$$

В выражениях (14–15) единица соответствует разности назад, ноль – разности вперед. Эта схема может варьироваться  $2 \times 2 \times 2 = 8$  способами в зависимости от того, как заменяются производные по пространственным переменным в процессе использования предиктора и корректора.

Для вычисления значений искомых величин на границах области и разделах сред применяются соотношения на характеристиках для объемного сжатия, значения которых контролируются и корректируются схемами экстраполяции.

Модель деформирования бетона.

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \frac{1}{E} \frac{\partial \sigma}{\partial t} + g_i (\sigma - f(\varepsilon)),$$

$E = E(\varepsilon)$ , при  $\sigma - f(\varepsilon) \geq 0$  – нагрузка

$E = E(\varepsilon_*)$ , при  $\sigma - f(\varepsilon) < 0$  – разгрузка

$g > 0$ , при  $\sigma - f(\varepsilon) > 0$

$g \equiv 0$ , при  $\sigma - f(\varepsilon) \leq 0$

где  $E$  – динамический модуль при нагрузке и разгрузке;

$\varepsilon_*$  – максимальная деформация, достигнутая при нагружении, определяемая условием  $\sigma = f(\varepsilon)$ ;

$f(\varepsilon)$  – статическая диаграмма одноосного сжатия бетона.

Механическими характеристиками материала в рамках модели, которые определены экспериментально, являются функции  $E(\varepsilon)$ ,  $f(\varepsilon)$  и  $\sigma - f(\sigma - f(\varepsilon))$ .

а) Функция  $f(\varepsilon)$  для бетонов различной прочности ( $R_c = 20,0 - 88,1$  МПа) аппроксимирована зависимостями:

$$f(\varepsilon) = \begin{cases} R_c \left(1 - \left(1 - \frac{\varepsilon}{\varepsilon_R}\right)^n\right), 0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_R \\ R_c \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_R}\right) e^{-\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_R} - 1\right)^\alpha}, \varepsilon < \varepsilon_R \end{cases}$$

где  $R_c$  – среднее значение прочности в МПа;

$\varepsilon_R$  – величина продольной деформации при максимальных напряжениях в образце;

$n, \alpha$  – экспериментальные коэффициенты.

$$\varepsilon_R = (198 + 0,54R_c) * 10^{-5}$$

$$n = 9,31 * R_c^{-0,434}$$

$$\alpha = 9,11 * 10^{-3} * R_c^{1,69}$$

б) Зависимости  $E(\varepsilon)$  аппроксимированы в виде:

$$f(\varepsilon) = \begin{cases} 1,08E_0 \left[1 - 0,074 \left(1 - \frac{\varepsilon}{\varepsilon_R}\right)^2\right], 0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_E \\ 1,08E_0 \left[1 - m \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_R} - 1\right)^{1,5}\right], \varepsilon > \varepsilon_E \end{cases}$$

где  $E_0 = \rho_0 c_0^2$  – мгновенный модуль упругости;

$C_0$  – скорость звука в образце;

$\varepsilon_E$  – деформации, соответствующие началу микро трещинообразования;

$m$  – экспериментальный коэффициент.

$$\varepsilon_E = 0,616(1 + 1,83 * 10^{-3} R_c) \varepsilon_R$$

$$m = 1,79 * 10^{-3} R_c$$

в) Функция  $g(\sigma - f(\varepsilon))$ :

$$g = \left(\eta \frac{\varepsilon - f(\varepsilon)}{f(\varepsilon)}\right)^\chi$$

где  $\eta$  и  $\chi$  – функции, характеризующие вязкопластические свойства бетона в зависимости от его прочности и деформативности.

$$\eta \sim 2,27 \left(\frac{+0,23}{-0,27}\right), \eta \sim 4,0$$

или

$$\eta = \eta_0(R_C), 0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_R$$

$$\eta_0(R_C) e^{\frac{\beta(R_C)(1-\frac{\varepsilon}{\varepsilon_R})}{\varepsilon_R}}, \varepsilon > \varepsilon_R$$

$$\eta_0 = 2,31R_C^{0,11},$$

$$\beta = 0,0584(R_C - 10,5)$$

$$R_C \geq 20 \text{ МПа} \leq 88 \text{ МПа}$$

### Модель деформирования грунта

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = g(\sigma - f(\varepsilon)) + \begin{cases} \frac{1}{E(\varepsilon)} \frac{\partial \sigma}{\partial t}; \frac{\partial \sigma}{\partial t} \geq 0 \\ \frac{1}{E_*(\sigma, \varepsilon)} \frac{\partial \sigma}{\partial t}; \frac{\partial \sigma}{\partial t} < 0 \end{cases}$$

где  $E_*(\sigma, \varepsilon)$  – функция, характеризующая поведение среды при разгрузке;

$f(\varepsilon)$  – статическая диаграмма сжатия, аппроксимируемая функцией;

$$f(\varepsilon) = k(\varepsilon + m_2 \varepsilon^{\nu_2}),$$

$\varphi(\varepsilon)$  – динамическая диаграмма сжатия;

$$\varphi(\varepsilon) = E_0(\varepsilon + m_1 \varepsilon^{\nu_1})$$

$E_0 = \rho_0 C_0^2$  – мгновенный модуль упругости;

$$E(\varepsilon) = \frac{\partial \varphi(\varepsilon)}{\partial \varepsilon} = E_0(1 + m_1 \nu_1 \varepsilon^{\nu_1 - 1});$$

$$E_*(\sigma, \varepsilon) = \begin{cases} E_{1*}, \sigma > \sigma_{1*}^0 \\ E_{2*}, \sigma \leq \sigma_{1*}^0 \end{cases},$$

$E(\varepsilon)$  – текущий модуль нагружения;

$E_*(\sigma, \varepsilon)$  – модуль разгрузки;

$$g(\sigma - f(\varepsilon)) = \begin{cases} \eta(\sigma - f(\varepsilon))^\chi, \sigma > f(\varepsilon) \\ 0, \sigma \leq f(\varepsilon) \end{cases},$$

$g$  – функция учета динамического процесса пластического деформирования над «статической веткой»;

$E_{1*}, E_{2*}, \sigma_{1*}^0, k, \eta, \chi, m_1, m_2, \nu_1, \nu_2$  – константы модели.

Основные положения методики расчета на термомеханические воздействия. Уравнения термоупругости двухфазного грунта.

При постановке задачи промерзания-оттаивания сред приняты следующие предпосылки.

Рассмотрена слоистая двухфазная среда, занимающая объем  $V$ , каждый слой которой является однородным и изотропным. Данная среда моделирует поведение влагонасыщенного грунта, одна фаза которого находится в талом, а другая в мерзлом состоянии. Будем

рассматривать случай малых деформаций сплошной среды. Обозначим через  $\vec{u}$  перемещение точек грунта, через  $\vec{x}$  радиус-вектор точек грунта, а через  $T$  температуру.

Уравнения состояния с учетом температурных деформаций в такой среде (соотношения Дюамеля-Неймана) имеют вид [1]:

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \frac{\partial u_k}{\partial x_l} - 3\alpha K (T - T_0) \delta_{ij}, \quad i, j, k, l = 1, 2, 3 \quad (16)$$

где  $C_{ijkl} = \frac{\nu(\vec{x}, T) E(\vec{x}, T)}{(1 + \nu(\vec{x}, T))(1 - 2\nu(\vec{x}, T))} \delta_{ij} \delta_{kl} + \frac{E(\vec{x}, T)}{2(1 + \nu(\vec{x}, T))} (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk})$  – тензор модулей упругости талого или мерзлого грунта;

$T_0(\vec{x})$  – начальная температура недеформированного состояния %;

$E(\vec{x}, T)$  – модуль Юнга талого или мерзлого грунта;

$\nu(\vec{x}, T)$  – коэффициент Пуассона талого или мерзлого грунта;

$\alpha(\vec{x}, T)$  – коэффициент линейного теплового расширения талого или мерзлого грунта;

$K(\vec{x}, T) = \frac{E(\vec{x}, T)}{3(1 - 2\nu(\vec{x}, T))}$  – коэффициент объемного расширения (сжатия) талого или мерзлого грунта. По повторяющимся индексам проводится суммирование.

Уравнения движения сплошной среды:

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + \rho F_i \quad (17)$$

с учетом определяющих соотношений, примут вид:

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( C_{ijkl} \frac{\partial u_k}{\partial x_l} \right) - 3\alpha K \frac{\partial (T - T_0)}{\partial x_i} + \rho F_i, \quad i, j, k, l = 1, 2, 3 \quad (18)$$

где  $\rho(\vec{x}, T)$  – плотность грунта;

$\vec{F}$  – массовые силы.

Рассматриваемые процессы термомеханического деформирования сплошной среды являются медленными, поэтому силами инерции  $\rho \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2}$  в дальнейшем мы будем пренебрегать.

Уравнение теплопроводности в твердом деформируемом теле, с учетом объемной деформации  $\frac{\partial u_i}{\partial x_i}$ , можно записать в виде [1]:

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left( \lambda_{ij} \frac{\partial (T - T_0)}{\partial x_j} \right) + q_v = 3\alpha K T_0 \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \right) + \rho c \frac{\partial (T - T_0)}{\partial t}, \quad i, j = 1, 2, 3 \quad (19)$$

где  $\lambda_{ij} = \lambda(\vec{x}, T) \delta_{ij}$  обозначен изотропный тензор теплопроводности талого или мерзлого грунта;

$q_v(\vec{x})$  – мощность внутренних источников тепла в единице объёма грунта;

а  $c(\vec{x}, T)$  – удельная теплоёмкость талого или мерзлого грунта.

Конвективным переносом в сплошной среде будем пренебрегать из-за малости скоростей движения точек среды. Поэтому в уравнении (19) полная производная по времени  $t$  заменена на частную. Первый член в правой части уравнения (19), из-за его малости для твердых деформируемых тел, часто не учитывается. В таком случае уравнение теплопроводности принимает вид:

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left( \lambda_{ij} \frac{\partial (T - T_0)}{\partial x_j} \right) + q_v = \rho c \frac{\partial (T - T_0)}{\partial t} \quad (20)$$

и при соответствующих граничных и начальных условиях может быть решено независимо от уравнения движения Дюамеля-Неймана (18).

Будем полагать, что фазовые переходы в грунте происходят при известной постоянной температуре  $T = T^*$ . При наличии фазовых переходов необходимо задавать условие на температуру и ее градиент на границе  $S(\bar{x}, t)$  раздела фаз. Данная граница разделяет область  $V$  на две подобласти:  $V^{th} = \{(x, y, z) \in V, T(x, y, z) > T^*\}$ , занятую талым грунтом, и  $V^f = \{(x, y, z) \in V, T(x, y, z) < T^*\}$ , занятую мерзлым грунтом. Будем использовать аналогичные обозначения и для термомеханических параметров в каждой фазе. Коэффициенты уравнения (20) являются разрывными функциями координат:

$$\lambda_{ij}, q_v, \rho, c = \begin{cases} \lambda_{ij}^{th}, q_v^{th}, \rho^{th}, c^{th}, \bar{x} \in V^{th} \\ \lambda_{ij}^f, q_v^f, \rho^f, c^f, \bar{x} \in V^f \end{cases} \quad (21)$$

Граница  $S(\bar{x}, t)$  является подвижной и ее положение в каждый момент времени  $t$  заранее не известно. Для условия на границе  $S$  фазового перехода, справедливо предположение о непрерывности поля температур [2]:

$$[T - T_0] = T^f(\bar{x}) - T^{th}(\bar{x}) = 0, \bar{x} \in S \quad (22)$$

Квадратными скобками обозначен скачок функции при переходе фазовой границы. Данное условие является однородным. Кроме него необходимо поставить условие для теплового потока на границе. В силу (21) естественно предполагать разрывность теплового потока на границе раздела фаз [2]:

$$\left[ \lambda_{ij} \frac{\partial (T - T_0)}{\partial x_j} n_i \right] = -L \dot{S}_n, \bar{x} \in S \quad (23)$$

где  $n_i$  – компонента единичной нормали к границе  $S$ ;

$L$  – энтальпия фазового перехода;

$\dot{S}_n$  – нормальная составляющая скорости движения границы фазового перехода.

Задача решения в области  $V$  уравнения (20) с разрывными коэффициентами (21) граничными условиями сопряжения (22) и (23) на фазовой границе  $S$  и начальными и граничными условиями на внешней границе  $\Sigma$  области  $V$  является классической задачей Стефана [1; 2]. Следуя [2], включим неоднородное граничное условие (23) в само уравнение теплопроводности. Учтем сосредоточенную теплоемкость  $c_s$  дополнительным слагаемым в уравнении (20):

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left( \lambda_{ij} \frac{\partial (T - T_0)}{\partial x_j} \right) + q_v - \delta_s L \dot{S}_n = \rho c \frac{\partial}{\partial t} (T - T_0) \quad (24)$$

в котором через  $\delta_s$  обозначена поверхностная дельта-функция Дирака. Она определяется так, что для любой функции  $G(\vec{x})$  выполнено:

$$\int_V \delta_s G(\vec{x}) dV = \int_S G(\vec{x}) d\Sigma$$

В точках границы фазового перехода введем естественную ортонормированную систему координат  $(x', y', z')$  так, чтобы уравнение границы  $S$  приняло вид:  $x' = x'_0$ . Для скорости движения точек границы получим:  $\dot{S}_n = dx'/dt$ .

Граничное условие для температуры в новых координатах примет вид:  $T(x'_0, y', z') = T^*$ . Откуда следует выражение

$$\delta_s \dot{S}_n = \delta(x' - x'_0) \frac{dx'}{dt} = \delta(T - T^*) \frac{d(T - T_0)}{dt} \quad (25)$$

Пренебрегая конвективной составляющей в полной производной по времени в уравнении (25), получим уравнение теплопроводности в виде:

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left( \lambda_{ij} \frac{\partial (T - T_0)}{\partial x_j} \right) + q_v = (\rho c + L \delta(T - T^*)) \frac{\partial}{\partial t} (T - T_0) \quad (26)$$

В уравнении (26) граница фазового перехода явно не присутствует. При этом учет теплоты фазового перехода может быть задан эффективной теплоемкостью  $c_{eff}$ :

$$c_{eff} = c + \rho^{-1} L \delta(T - T^*) \quad (27)$$

Постановка краевой задачи.

Уравнение теплопроводности в форме (26), позволяющее учесть условия (22) и (23) на фазовой границе, приводит к так называемой обобщенной формулировке задачи Стефана. В дальнейшем решается система уравнений термоупругости в виде:

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial x_j} \left( C_{ijkl} \frac{\partial u_k}{\partial x_l} \right) = 3\alpha K \frac{\partial (T - T_0)}{\partial x_i} - \rho F_i \\ \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \lambda_{ij} \frac{\partial (T - T_0)}{\partial x_j} \right) + q_v = 3\alpha K T_0 \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \right) + \rho c_{eff} \frac{\partial}{\partial t} (T - T_0) \end{cases} \quad (28)$$

Индекс *eff* в обозначении эффективной теплоемкости опускается. Уравнения (28) представляют собой связанную систему для описания совместного деформирования сплошной среды и изменения поля температур ней. Искомыми в данных уравнениях являются перемещения в грунте  $\vec{u}$  и температура  $T$ . Граничные и начальные условия, завершающие постановку краевой задачи, должны быть сформулированы для каждой из этих двух функций. Части внешней границы  $\Sigma$  области  $V$ , на которых будем задавать краевые условия в перемещениях и напряжениях, обозначим  $\Sigma^u$  и  $\Sigma^\sigma$  соответственно, а через  $\Sigma^T$  и  $\Sigma^q$  обозначим части границы, на которых следует задавать краевые значения для температуры и теплового потока.

На элементе  $\Sigma^\sigma$  зададим поверхностную нагрузку  $\vec{S}^0$ :

$$\sigma \cdot \bar{n} = C_{ijkl} \left( \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_k}{\partial x_l} + \frac{\partial u_l}{\partial x_k} \right) - \alpha (T - T_0) \delta_{kl} \right) n_j \bar{e}_i = \bar{S}^0 \quad (29)$$

На элементе  $\Sigma^u$  зададим перемещение скелета  $\bar{U}^0$ :

$$\bar{u} = \bar{U}^0. \quad (30)$$

Для элемента  $\Sigma^q$  определим поток  $q^0$  вектора градиента температуры через границу:

$$q_n = -(\lambda \cdot \text{grad}(T - T_0)) \cdot \bar{n} = q^0. \quad (31)$$

На элементе границы  $\Sigma^T$  будем считать заданной температуру  $T^0$ :

$$T = T^0. \quad (32)$$

Замыкают постановку задачи стандартные начальные условия:

$$\bar{u}(\bar{x}, t) = 0, \quad T(\bar{x}, t) = T_0(\bar{x}), \quad \text{при } t = 0. \quad (33)$$

Модель квазилинейной термоупругости с фазовыми переходами описывается уравнениями (28) граничными условиями (29)–(32) и начальными условиями (33).

### Неявный метод решения

Для решения системы уравнений (28) была сформулирована соответствующая вариационная задача и проведена стандартная дискретизация ее по пространственным координатам методом конечных элементов (МКЭ) [3]. Были использованы трилинейные функции формы. Дискретизация по времени осуществлена с помощью неявного метода Эйлера) [4].

Неявная схема является безусловно-устойчивой, как по начальным данным, так и по правой части, вне зависимости от величины шага по времени  $t$ . Это свойство оказывается необходимым при численном расчете в задаче термоупругости на больших временах.

Для дальнейшего изложения удобен блочный вид системы уравнений (28)

$$[H] \left\{ \vec{X}^{n+1} \right\} = \left\{ \vec{f} \right\}$$

где

$$[H] = \begin{pmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{pmatrix}; \left\{ \vec{X}^{n+1} \right\} = \begin{pmatrix} \vec{U}^{n+1} \\ \vec{P}^{n+1} \end{pmatrix}; \left\{ \vec{f} \right\} = \begin{pmatrix} \vec{f}^1 \\ \vec{f}^2 \end{pmatrix}; \quad (34)$$

где  $n = 1, 2, 3, \dots$

В нем части уравнений исследуемой задачи разбиты по блокам следующим образом:

$$H_{11} = (C : \text{grad}) \vec{U}^{n+1}; H_{12} = 3\alpha K \text{grad} T^{n+1}; \vec{f}^1 = \rho F^n \quad (35)$$

$$H_{21} = \frac{\alpha K T_0}{\tau} \text{div} \vec{U}^{n+1}; H_{22} = \text{div}(\lambda \text{grad}) - \frac{\rho c}{\tau} T^{n+1}; \vec{f}^2 = -\frac{1}{\tau} (\alpha K T \text{div} U^{n+1} + \rho c T^n) - q^n$$

Коэффициенты уравнения (35) являются функциями температуры. При линеаризации задачи методом Эйлера их значение для текущего временного шага вычисляется по найденному решению задачи на предыдущем временном шаге. Система решаемых уравнений в этом случае линейная:

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \begin{aligned} & \left( C_{ijkl}^n \frac{\partial u_k^{n+1}}{\partial x_l} \right) - 3\alpha^n K^n \frac{\partial (T^{n+1} - T_0)}{\partial x_i} = -\rho F_i^n \\ & \frac{\partial}{\partial x_i} \left( -3\alpha^n K^n T_0 \frac{u_i^{n+1}}{\Delta t} + \lambda_{ij}^n \frac{\partial (T^{n+1} - T_0)}{\partial x_j} \right) - \frac{\rho c^n}{\Delta t} (T^{n+1} - T_0) = \\ & -3\alpha^n K^n \frac{T_0}{\Delta t} \frac{\partial u_i^n}{\partial x_i} - \frac{\rho c^n}{\Delta t} (T^n - T_0) - q_V^n, \end{aligned} \right. \quad (36)$$

Вторая возможность состоит в том, чтобы отнести их к текущему,  $n + 1$  шагу. Тогда линеаризацию задачи придется проводить с помощью внутреннего итерационного процесса. Вид решаемой системы уравнений в данном случае:

$$\left\{ \begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x_j} \left( C_{ijkl}^{n+1,s} \frac{\partial u_k^{n+1,s+1}}{\partial x_l} \right) - 3\alpha^{n+1,s} K^{n+1,s} \frac{\partial (T^{n+1,s+1} - T_0)}{\partial x_i} = -\rho F_i^n \\ & \frac{\partial}{\partial x_i} \left( -3\alpha^{n+1,s} K^{n+1,s} T_0 \frac{u_i^{n+1,s+1}}{\Delta t} + \lambda_{ij}^{n+1,s} \frac{\partial (T^{n+1,s+1} - T_0)}{\partial x_j} \right) - \\ & - \frac{\rho c^{n+1,s}}{\Delta t} (T^{n+1,s+1} - T_0) = \\ & -3\alpha^{n+1,s} K^{n+1,s} \frac{T_0}{\Delta t} \frac{\partial u_i^{n,s}}{\partial x_i} - \frac{\rho c^{n+1,s}}{\Delta t} (T^{n,s} - T_0) - q_V^n, \end{aligned} \right. \quad (37)$$

Блочно-матричный вид данного уравнения:

$$\left( \begin{array}{cc} \frac{\partial}{\partial x_j} \left( C_{ijkl}^{n+1,s} \frac{\partial (\cdot)}{\partial x_l} \right) & - \frac{\partial}{\partial x_i} \left( 3\alpha^{n+1,s} K^{n+1,s} (\cdot) \right) \\ - \frac{\partial}{\partial x_k} \left( 3\alpha^{n+1,s} K^{n+1,s} T_0 \frac{\partial (\cdot)}{\Delta t} \right) & \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \lambda_{ij}^{n+1,s} \frac{\partial (\cdot)}{\partial x_j} \right) - \frac{\rho c^{n+1,s}}{\Delta t} (\cdot) \end{array} \right) \begin{pmatrix} u_k^{n+1,s+1} \\ T^{n+1,s+1} - T_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{f}_1 \\ f_2 \end{pmatrix} \quad (38)$$

где вектор правых частей равен

$$\begin{pmatrix} \bar{f}_1 \\ f_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\rho F_i^n \\ -3\alpha^{n+1,s} K^{n+1,s} T_0 \frac{u_{i,i}^{n,s}}{\Delta t} - \frac{\rho c^{n+1,s}}{\Delta t} (T^{n,s} - T_0) - q_V^n \end{pmatrix}$$

### Решение модельных задач

Построенная численная модель используется в задаче определения напряженно-деформированного состояния тоннелей в массиве грунта при замораживания-оттаивании. Деформирование происходит за счет действия собственного веса грунта и за счет замораживания-оттаивания грунта. Задача решается с шагом по времени, заданным в исходных данных в часах или сутках. В течении первых N шагов решение устанавливается за счет заданной на верхнем и нижнем основании грунтового массива температуры в +10 °С. Начиная с K временного шага в заданной области грунта поддерживается заданная температура. На

рис. 2 представлен вид расчетной области. Грунт моделируется трехслойной средой с термомеханическими константами (таблица 1).

Таблица 1

Термомеханические константы грунта

Константы грунта и железобетона	Железобетон	Грунт талый	Грунт мерзлый
Плотность $\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	2400	2120	2360
Модуль деформации $E^{th(f)}$ , МПа	28000	30,6	300
Коэффициент Пуассона $\nu^{th(f)}$	0,3	0,4	0,4
Удельная теплоемкость $c^{th(f)}$ , Дж/(кг·°C)	840	1076,6	960
Теплопроводность $\lambda^{th(f)}$ , Вт/(м·°C)	1,51	1,74	1,48
Коэффициент линейного теплового расширения $\alpha^{th(f)}$ , 1/°C	0,000012	0	0,0009

Учтем скрытую теплоту фазовых переходов лед-вода при переходе через температуру оттаивания грунта следующей аналитической зависимостью для коэффициента теплоемкости [5]

$$c_{eff} = c + L_0 \frac{\partial W_w}{\partial T} \quad (39)$$

где  $L_0 = 335 \cdot 10^6$  Дж / м<sup>3</sup>, в которой общее содержание незамерзшей воды зависит от температуры и может быть вычислено по формуле:

$$W_w = k_w W_p \quad (40)$$

где  $W_p$  – влажность на границе раскатывания грунта;

$W_w$  – влажность грунта за счет незамерзшей воды;

$k_w$  – коэффициент содержания незамерзшей воды, определяемый для различных температур согласно табл. 3.1. в [6].

Аналитическая зависимость модуля Юнга  $E^{th(f)}$  от температуры, интерполирующая экспериментальные данные, приведена в [7]. Для коэффициента Пуассона  $\nu^{th(f)}$  и теплопроводности  $\lambda^{th(f)}$  аналогичные кривые построены в [8]. Индексы *th* и *f* над именем констант обозначает принадлежность к талому и мерзлму грунту соответственно.

Результаты численных расчетов

Расчет кинематических параметров и НДС сооружения совместно с грунтовым основанием, а также с учетом процессов замораживания-оттаивания проведен в соответствии с математической постановкой и численной реализацией данных методик в виде вычислительного комплекса «STAR\_T», предназначенного для проведения пространственных расчетов сложных систем «сооружение-основание» с учетом реальной работы материалов и конструкций (свидетельство о государственной регистрации и авторском праве № 2015610074 от 12.01.2015 г.).

Расчетная область представлена в 2-х вариантах – модель №1 (область из одного модуля по длине тоннеля размером 8x28x32 м) и модель №2 (область из 3-х модулей по длине тоннеля размером 24x24x28 м). Данное представление моделей создано для сравнения и практической оценки предельных параметров напряженно-деформированного состояния.

Граничными условиями для моделей №1 и №2 являются закрепление нижних граней от перемещений по трем декартовым направлениям;

- для модели №1 – боковые поверхности XZ свободны по трем декартовым направлениям, боковые поверхности YZ ограничены в перемещениях по нормали X к плоскостям ZY;
- для модели №2 – все боковые поверхности свободны по трем декартовым направлениям.

Данные граничные условия приняты с целью обеспечения наиболее неблагоприятных для данной геометрии условий и учета массовых нагрузок.

Расчетные области модели №1 и №2 и разбиение на конечные элементы (рис. 2).

В результате проведенных серий расчетов сооружения совместно с окружающим грунтовым массивом по моделям №1 и №2 на различные варианты прочностных и термомеханических воздействий и анализа полученных данных установлено, что прочностной расчет НДС по методике механического и термомеханического расчета по двум независимым моделям расчетных областей показал совпадение результатов с погрешностью до 2 %.

Результат расчетов, проведенных по модели №1, показал, что картина распределения вертикальных и горизонтальных перемещений в статическом состоянии и распределение нормальных горизонтальных напряжений, рассчитанных по методике механического нагружения для варианта сбойки без процедур замораживания-оттаивания дала относительное вертикальное смещение массива грунта и обделки – не более 4 см. Горизонтальное боковое смещение не превышает 3 см. Напряжения в обделке не превышают 60 МПа при допустимых до 210 МПа.

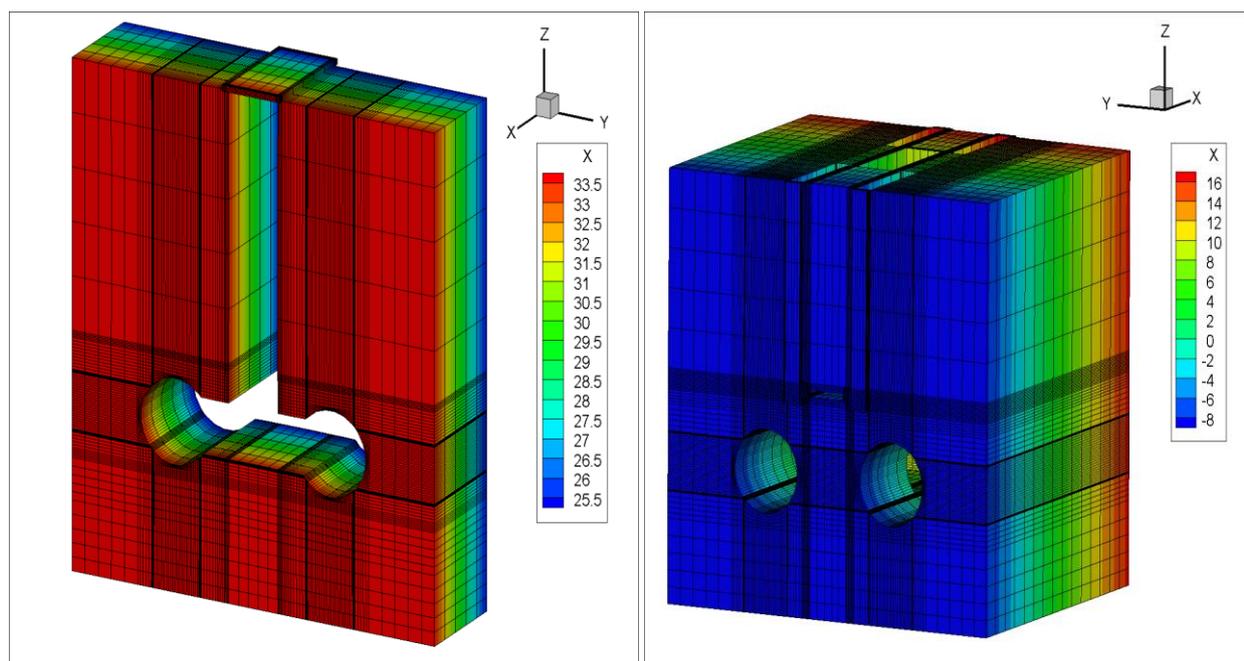
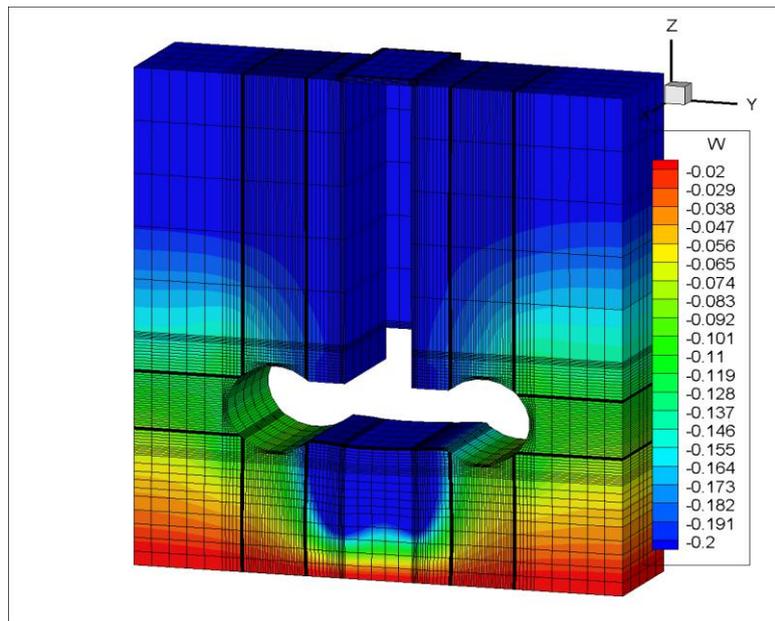


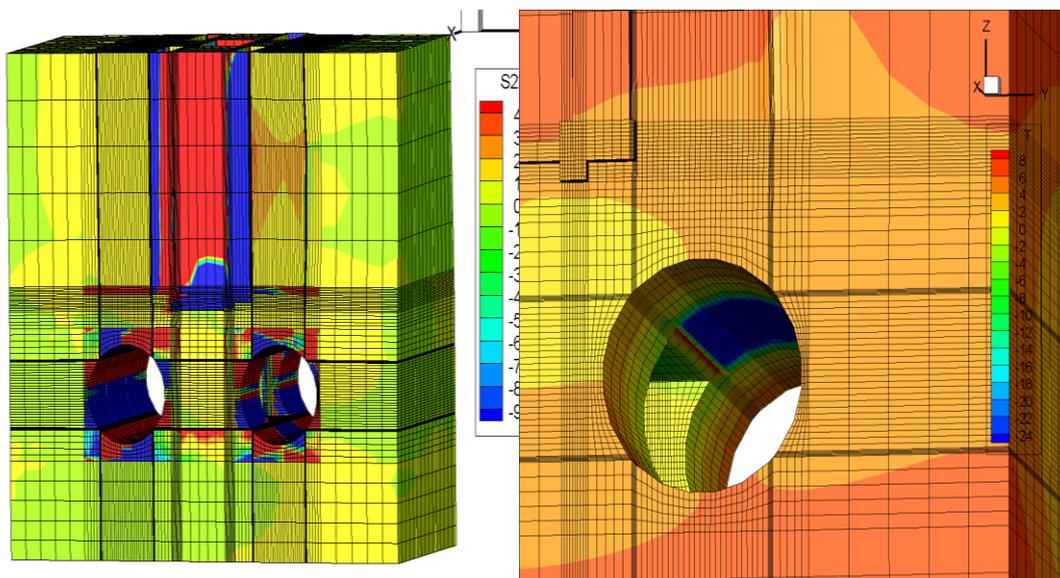
Рисунок 2. Расчетная область модели №1 и №2 (разработано автором)

Относительное вертикальное смещение массива грунта и обделки – не более 6 см = 20 – 16 см. Горизонтальное боковое смещение не превышает 2 см.



**Рисунок 3.** Поле вертикальных перемещений, соответствующее начальному полю температур при температуре замораживания до  $-24^{\circ}\text{C}$  (разработано автором)

Относительное вертикальное смещение массива грунта и обделки – не более 1 см. Горизонтальное боковое смещение не превышает 1 см. Напряжения в обделке не превышают 60 МПа при допустимых до 210 МПа.



**Рисунок 4.** Нормальные напряжения (по оси  $Y$ ) в обделке и массиве, соответствующие оттаиванию и картина распределения полей температур в замороженном массиве перед оттаиванием. Вид №2 (разработано автором)

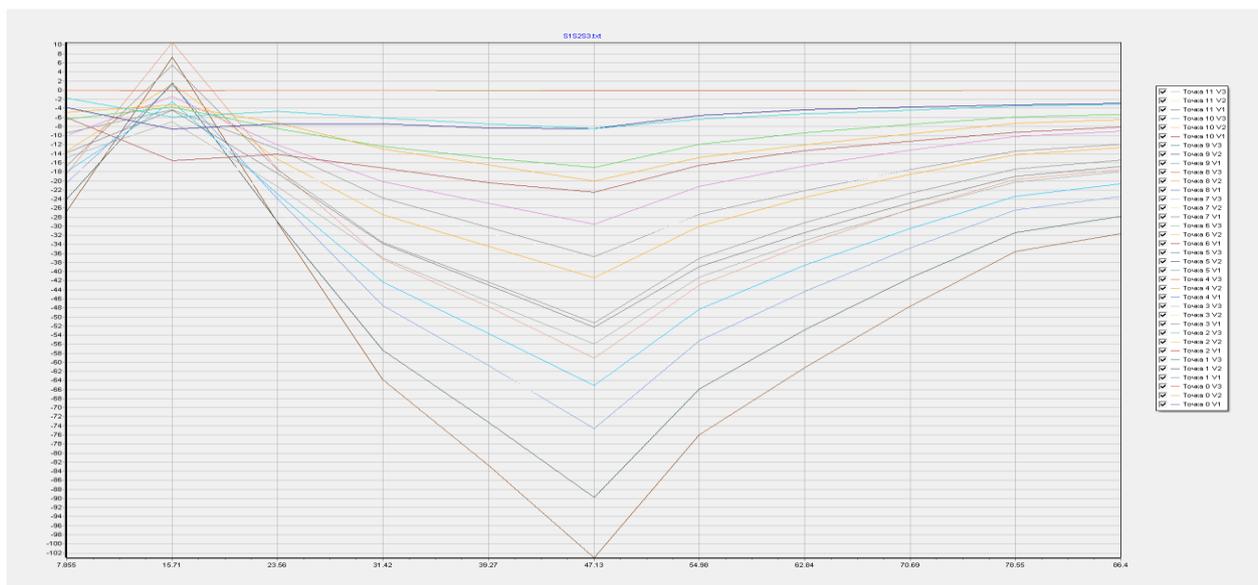
На рис. 5 и рис. 6 представлены графики изменения напряжений, перемещений и температур во времени в период замораживания-оттаивания.

Максимальные напряжения в обделке не превышают 100 МПа.

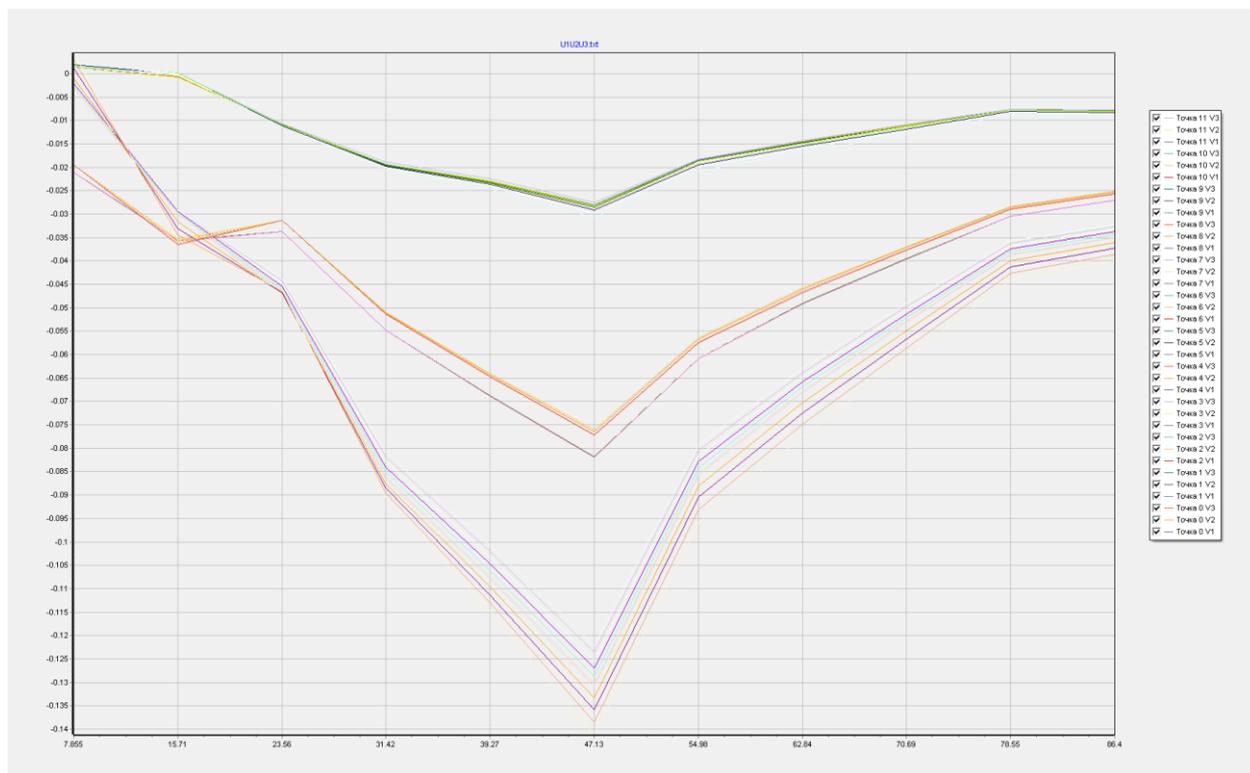
Температура замораживания грунта над сводом достигает  $-25^{\circ}\text{C}$ .

Температура замораживания внутри тоннеля достигает  $-17^{\circ}\text{C}$ – $-20^{\circ}\text{C}$ .

Максимальные абсолютные смещения точек вертикальной оси не превышают 14 см.



*Рисунок 5. График изменения во времени напряжений  $S_{11}$ ,  $S_{22}$ ,  $S_{33}$  в точках верхнего свода и грунта над ним в точках, лежащих на вертикальной оси обделки (разработано автором)*



*Рисунок 6. График изменения во времени перемещений  $U$ ,  $V$ ,  $W$  в точках верхнего свода и грунта над ним по вертикальной оси обделки в точках, лежащих на вертикальной оси обделки (разработано автором)*

### Выводы

В результате термомеханического расчета установлено следующее:

В процессе замораживания тоннелей со стороны шпунта до температуры  $-25^{\circ}\text{C}$  на всю высоту обделки на внутренней стороне тоннеля температура не превышает  $-18$ – $20^{\circ}\text{C}$ .

При замораживании грунта несущая способность обделки и замороженного грунта обеспечена и позволяет проводить работы по разработке сбойки по разработанной в проекте технологии.

При разморозке грунта от температуры  $-25^{\circ}\text{C}$  до  $0^{\circ}\text{C}$  и дальнейшей стабилизации температуры до  $+10^{\circ}\text{C}$  установлено, что к периоду стабилизации температур до  $+10^{\circ}\text{C}$  максимальные боковые перемещения обделки не превышают 15–20 мм.

Максимальные вертикальные перемещения верхних и нижних точек свода к периоду стабилизации температур до  $+10^{\circ}\text{C}$  не превышают 3–6 мм.

Максимальные вертикальные перемещения поверхностей уровня головки рельсы колеблются от 2 до 6 мм.

Крены головки рельса практически отсутствуют – в рамках погрешности.

Максимальные напряжения в обделке не превышают предельно допустимых 210 МПа (не более 150 МПа при растяжении, сжатии и изгибе).

Расчеты, проведенные с использованием различных математических методик и геометрических моделей с использованием упрощенной геометрии (модель №1) и наиболее приближенной к реальной (модель №2) показали, что при достаточно точном описании математических моделей и геометрических областей результаты расчетов имеют совпадения в рамках 10–15 % и являются достоверным тестированием и верификацией полученных результатов и методик.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Новацкий В. Теория упругости / В. Новацкий. – М.: Изд-во Мир, 1975. – 872 с.
2. Самарский А.А. Вычислительная теплопередача / А.А. Самарский, П.Н. Вабищевич – М.: Едиториал УРСС, 2003. – 784 с.
3. Фадеев А.Б. Метод конечных элементов в геомеханике / А.Б. Фадеев. – М.: Недра, 1987. – 224 с.
4. Кудрявцев С.А. Использование метода конечных элементов в решении задач геотехники / С.А. Кудрявцев, В.Н. Парамонов, И.И. Сахаров, А.Г. Шашкин – Хабаровск: Изд-во ДВГУПС, 2014. – 162 с.
5. Мельников А.В. Определение параметров напряженно-деформированного состояния промерзающего пучинистого грунта в неоднородной постановке / А.В. Мельников, И.И. Сахаров // Электронный научный журнал «Современные проблемы науки и образования» Режим доступа <https://science-education.ru>, № 1, 2013. – 7 с.
6. Loganathan, N., Poulos, H.G., 1998. Analytical prediction for tunnelling-induced ground movements in clays. J. Geotech. Geoenviron. Eng. ASCE 124 (9), 846–856.
7. Киселев М.Ф. Теория сжимаемости оттаивающих грунтов под давлением / М.Ф. Киселев – Л.: Стройиздат. Ленингр. отделение, 1978. – 174 с.
8. Велли Ю.Я. Здания и сооружения на крайнем севере / Ю.Я. Велли, В.В. Докучаев, Н.Ф. Федоров – Ленинград: Госстройиздат, 1963 – 492 с.
9. Broch J.T. “Mechanical vibration and shock measurements”, B&K, 1980.
10. Cherry, J.T., Jr.: The Azimuthal and Polar Radiation Patterns Obtained from a Horizontal Stress Applied at the Surface of an Elastic Half Space, Bull. Seismological Soc. Am., vol. 52, pp. 27–36, 1962.

**Koval Sergey Vsevolodovich**

Russian university of transport (МИИТ), Moscow, Russia

**Pestryakova Ekaterina Alekseevna**

Russian university of transport (МИИТ), Moscow, Russia  
E-mail: [Kate.pestriakova@gmail.com](mailto:Kate.pestriakova@gmail.com)

**Piskunov Aleksandr Alekseevich**

Russian university of transport (МИИТ), Moscow, Russia

**Kiselev Feodor Borisovich**

Lomonosov Moscow state university, Moscow, Russia

**Erofeev Mihail Nikolaevich**

Russian university of transport (МИИТ), Moscow, Russia

**Sonin Aleksandr Nikolaevich**

Russian university of transport (МИИТ), Moscow, Russia

**Beterbiev Adam Said-Emievich**

Moscow state university of civil engineering (national research university), Moscow, Russia

## **Estimated justification of the bearing capacity of the lining when opening auxiliary workings in conditions of local freezing of the rock mass**

**Abstract.** For performance of works on the device of tunnel constructions in the conditions of the water-saturated unstable soils having character floating, their stabilization and strengthening is provided.

During the construction of combined ventilation and technological failure of the existing subway, planned for the production of construction and installation works by mining in water-saturated fine Sands, provides for the implementation of measures to freeze the soil mass.

For the safe construction of the workings of the decision on the implementation of the calculations and mathematical modeling of the impact on the lining and tongue and groove fencing in the production of works for freezing, opening the lining and thawing of the soil array.

The article presents the results of analytical studies of the state of the rock sand massif in freezing conditions.

The algorithm of numerical realization of the spatial inelastic problem using the method of finite differences and finite elements of MacCormack of the second order for dynamic problems is used and implemented to calculate the structure on mechanical effects. The finite element method is used in the Lagrange formulation of dynamic and static problems.

The model of concrete and soil, described by the theory of plastic flow for shear, taking into account the rate of loading under volumetric deformation, is applied. To solve static (quasi-static problems), the method of establishing an explicit implementation or a quasi-static method in the absence of inertial terms is used.

The layered two-phase medium, each layer of which is homogeneous and isotropic, is considered. This medium simulates the behavior of water-saturated soil, one phase of which is in the melt, and the other in the frozen state.

**Keywords:** metro; freezing; model of a geometric region; numerical simulation

## REFERENCES

1. Novatskiy V. (1975). Teoriya uprugosti. [*Elasticity theory.*] Moscow: Mir Publishing House, p. 872.
2. Samarskiy A.A., Vabishchevich P.N. (2003). Vychislitel'naya teploperedacha. [*Computational heat transfer.*] Moscow: URSS editorial, p. 784.
3. Fadeev A.B. (1987). Metod konechnykh ehlementov v geomekhanike. [*Finite Element Method in Geomechanics.*] Moscow: Nedra, p. 224.
4. Kudryavtsev S.A., Paramonov V.N., Sakharov I.I., Shashkin A.G. (2014). Ispol'zovanie metoda konechnykh ehlementov v reshenii zadach geotekhniki. [*Using the finite element method in solving geotechnical problems.*] Khabarovsk: Publishing House Far Eastern State Transport University, p. 162.
5. Mel'nikov A.V., Sakharov I.I. (2013). Determining the parameters of the stress-strain state of a freezing heaving soil in a one-dimensional setting. *Electronic scientific journal "Modern problems of science and education"*, [online] 1, p. 7. Available at: <https://science-education.ru> (in Russian).
6. Loganathan N., Poulos H.G. (1998). Analytical prediction for tunnelling-induced ground movements in clays. *J. Geotech. Geoenviron. Eng. ASCE*, 124(9), pp. 846–856.
7. Kiselev M.F. (1978). Teoriya szhimaemosti ottaivayushchikh gruntov pod davleniem. [*Theory of compressibility of thawing soils under pressure.*] Leningrad: Stroyizdat. Leningrad branch, p. 174.
8. Velli Yu.Ya., Dokuchaev V.V., Fedorov N.F. (1963). Zdaniya i sooruzheniya na kraynem severe. [*Buildings and structures in the far north.*] Leningrad: Gosstroyizdat, p. 492.
9. Broch J.T. (1980). Mechanical vibration and shock measurements. *B&K*.
10. Cherry Jr.J.T. (1962). The Azimuthal and Polar Radiation Patterns Obtained from a Horizontal Stress Applied at the Surface of an Elastic Half Space. *Bull. Seismological Soc. Am.*, 52, pp. 27–36.