

1 Интернет-журнал «Транспортные сооружения» / Russian Journal of Transport Engineering <https://t-s.today>

2023, Том 10, № 2 / 2023, Vol. 10, Iss. 2 <https://t-s.today/issue-2-2023.html>

URL: <https://t-s.today/PDF/11SATS223.pdf>

DOI: 10.15862/11SATS223 (<https://doi.org/10.15862/11SATS223>)

Модель контактного взаимодействия жидкой и твердой фаз

^{1, 2}Игнатъев А.А., ²Готовцев В.М.

¹ФАУ «Российский дорожный научно-исследовательский институт», Москва, Россия

²ФГБОУ ВО «Ярославский государственный технический университет», Ярославль, Россия

Автор, ответственный за переписку: Игнатъев Алексей Александрович, e-mail: Ignatievaa@rosdornii.ru

Аннотация. В работе реализован подход, сформулированный Б.В. Дерягиным, состоящий в замене кулоновских и молекулярных (дисперсионных) сил системой натяжений, полученных на основе уравнений механики сплошной среды с использованием модели несжимаемой жидкости. Моделирование межфазных взаимодействий рассмотрено с позиций уравнений равновесия механики сплошной среды с использованием модели несжимаемой жидкости и представлением тензора межфазных напряжений совокупностью шаровой и девиаторной компонент. Получены аналитические выражения для компонент тензора напряжений в зависимости от условий смачивания жидкостью твердой поверхности. Межмолекулярное взаимодействие определяется значением внутреннего давления жидкости, переменного по толщине межфазного слоя. Анизотропия тензора межфазных напряжений в межфазном слое жидкость-твердое выражена представлением совокупности шаровой и девиаторной составляющих, обеспечивающей условия равновесия межфазного слоя. Авторами предлагается рассматривать адгезионное взаимодействие как внешнее силовое воздействие твердой поверхности на объемную фазу жидкости, приводящее к формированию тензора

межфазных напряжений с компонентами, переменными по толщине слоя. Авторами установлен нелинейный характер распределения межфазного давления по толщине слоя, обусловленный разностью межфазных давлений в жидкой и твердой фазах в зоне непосредственного контакта. Показано, что специфика поверхностных явлений обусловлена деформацией объема жидкости в межфазном слое, приводящей к изменению межмолекулярных расстояний в различных направлениях, возникающей при любом виде силового воздействия на объемную фазу жидкости. Установлен закон распределения межмолекулярных сил жидкости в зависимости от расстояния по результатам исследования сидячей капли. Получены выражения для определения радиуса дальнего действия молекул жидкости и толщины межфазного слоя жидкость-твердое, дающие результат, укладывающийся в известные оценки значений этих величин.

Ключевые слова: адгезия; межфазное взаимодействие; внутреннее давление; силовое поле; анизотропия тензора напряжений; шаровая часть; девиатор тензора напряжений

Contact interaction model of liquid and solid phases

^{1, 2}Alexey A. Ignatyev, ²Valeriy M. Gotovtsev

¹Russian Road Scientific-Research Institute, Moscow, Russia

²Yaroslavl State Technical University, Yaroslavl, Russia

Corresponding author: Alexey A. Ignatyev, e-mail: Ignatievaa@rosdormii.ru

Abstract. The work implements the approach formulated by B.V. Deryagin, which states for replacing the Coulomb and molecular (dispersion) forces with a system of tensions obtained on the basis of the mechanics of continuum equations using an incompressible liquid model. Interphasal activity modeling is considered from the standpoint of the equilibrium equations of mechanics of continuum using an incompressible liquid model and representing the interfacial tension tensor as a combination of spherical and deviatoric components. Analytical expressions are obtained for the components of the tension tensor depending on the wetting conditions of a solid surface with a liquid. Intermolecular interaction is determined by the value of the internal pressure of the liquid, which is variable over the interfacial layer thickness. The anisotropy of the interfacial tension tensor in the liquid-solid interfacial layer is expressed by the representation of the spherical and deviatoric components combination, which provides the equilibrium conditions for the interfacial layer. The authors propose to consider the adhesive contact as an external force effect of a solid surface on the volume phase of a liquid, leading to the

formation of an interfacial tension tensor with components that are variable over the layer thickness. The authors established the nonlinear nature of the interfacial pressure distribution over the layer thickness, due to the difference in interfacial pressures in the liquid and solid phases in the direct contact zone. It is shown that the surface phenomena specificity is due to the deformation of the liquid volume in the interfacial layer, which leads to a change in intermolecular distances in different directions, which occurs with any kind of force acting on the volume phase of the liquid. The law of intermolecular forces distribution of a liquid depending on the distance is established based on the study results of a sitting drop. Expressions are obtained for determining the long-range interaction radius of liquid molecules and the thickness of the liquid-solid interfacial layer, which give a result that fits into the known estimates of the values of these quantities.

Keywords: adhesion; interfacial interaction; internal pressure; force field; tension tensor anisotropy; spherical part; tension tensor deviator

Данная статья доступна по лицензии Creative Commons “Attribution” («Атрибуция») 4.0 Всемирная

This article is available under the Creative Commons “Attribution” 4.0 Global License



Введение

Introduction

Круг процессов, протекающих на границе раздела взаимодействующих фаз, включает широкий диапазон от природных явлений до промышленного производства. Поверхностные явления составляют основу нанотехнологий, составляющих в современных условиях одну из наиболее интенсивно развивающихся отраслей. Особую роль здесь играет производство композиционных материалов с принципиально новыми свойствами, обусловленными проявлением поверхностных эффектов. Большинство известных строительных материалов представляют собой композиты, включающие дисперсную фазу, состоящую, как правило, из минеральных частиц, и дисперсионную среду, работающую как связующее. К таким материалам относятся кирпич, цементный раствор, бетон, асфальтобетон и т. п. В связи с этим проблема моделирования межфазных слоев приобретает особую актуальность, имеющую как научную, так и практическую значимость.

Самые ранние попытки объяснить поверхностное натяжение опирались на механические модели жидкости, в которых граница между двумя средами рассматривалась как равномерно натянутая пленка нулевой толщины. От этих теорий отказались в XIX в., заменив их более совершенным термодинамическим подходом. Основу термодинамики поверхности составляет учение Гиббса, в котором термодинамические свойства поверхностной фазы рассматриваются как разность между свойствами всей системы и составляющих ее объемных фаз. Так в пределах межфазного слоя жидкость-газ осуществляется переход жидкости в пар с изменением плотности среды на несколько порядков с соответствующим изменением внутренней энергии системы. Это явилось основанием для использования методов термодинамики, развитием которых стало использование статистической механики поверхностных явлений, решеточных моделей и других специфических построений. Таким образом, диапазон различных подходов для описания межфазного слоя жидкость-газ достаточно широк [1–3], в связи с чем большая часть исследований в области поверхностных явлений посвящена моделированию именно этого межфазного слоя.

Однако определяющую роль в разработке новых композиционных материалов имеют поверхностные эффекты на границе жидкой и твердой фаз. В межфазном слое жидкость-твердое отсутствуют параметры, изменяющиеся столь же явно при переходе от одной фазы к другой, как плотность в системе жидкость-газ. Плотность жидкости практически не зависит от давления среды, а внутренняя энергия системы в этом случае определяется только значением температуры. В изотермическом процессе

внутренняя энергия жидкости в межфазном слое остается практически неизменной, что препятствует использованию методов термодинамики для моделирования межфазного слоя жидкость-твердое.

Большинство исследований последних лет в области поверхностных явлений посвящено изучению различных аспектов межмолекулярных взаимодействий. Поверхностные силы в межфазных слоях принято классифицировать в зависимости от радиуса их действия. Дальнодействующие, определяющие молекулярное притяжение, проявляются на больших расстояниях, включают ориентационные, индукционные и дисперсионные силы. Близкодействующие силы отталкивания связаны с переносом электрического заряда. Характер взаимодействий зависит от множества факторов, таких как прямое электростатическое, поляризационное, резонансное, магнитное, обменное и другие виды взаимодействий, рассматриваемых в литературных источниках [4]. Причем полная энергия взаимодействия рассматривается как сумма членов, относительный вес которых меняется с изменением межмолекулярного расстояния [5].

Как результат, в настоящее время в орбиту исследователей включен не один десяток различного рода поверхностных сил, которыми описывается межфазное взаимодействие. По мнению В.И. Ролдугина [6] мы сейчас сталкиваемся с ситуацией, подобной имевшей место в физике в начале двадцатого века, когда для каждого явления вводились свои «собственные» силы. Однако силы, проявляющиеся на молекулярном уровне, имеют фактически одну природу и являются производными от электромагнитных сил, действующих между электронами и ядрами.

Исходя из этого, представляется возможным разработка общего метода моделирования перечисленных выше взаимодействий. В монографии Б.В. Дерягина [7] указывается способ реализации такого подхода, состоящий *«в замене кулоновских и молекулярных (дисперсионных) сил системой натяжений. Возможность такой замены не зависит от физического существа этих сил, так как базируется на формальной эквивалентности электромагнитных сил системе натяжений»*.

1. Материалы и методы

1. Materials and methods

В соответствии с изложенным цель настоящей работы состоит в разработке нового подхода, позволяющего реализовать сформулированное Б.В. Дерягиным предложение. Замена молекулярных сил системой натяжений предполагает использование аппарата механики сплошной

среды для моделирования поверхностных явлений с разработкой тензора межфазных напряжений, удовлетворяющего условиям равновесия межфазного слоя, пригодного для любых видов межфазных взаимодействий.

В качестве исходного положения для решения поставленной задачи воспользуемся известной формулой Баккера [8] для определения поверхностного натяжения межфазного слоя

$$\gamma = \int_{-\infty}^{\infty} [p - p_{\tau}(z)] dz,$$

где p — давление среды в межфазном слое; $p_{\tau}(z)$ — компонента тензора, действующая в плоскости межфазного слоя; z — координата нормальная к поверхности слоя. Записанная формула широко используется при описании поверхностных явлений, но параметры, входящие в нее, требуют уточнения. В частности, в некоторых литературных источниках давление p трактуется как гидростатическое давление — в других как внутреннее давление жидкости. Физическая сторона зависимости $p_{\tau}(z)$ не раскрывается — указывается лишь сложный ее характер с наличием промежуточного экстремума [9].

В объемной фазе жидкости межмолекулярное взаимодействие осуществляется дальнедействующими силами притяжения, которые уравниваются силами молекулярного отталкивания с формированием уравновешенного изотропного поля сил давления. Распределение давлений в такой системе определяется внешними воздействиями и описывается уравнениями гидростатики. В тонких межфазных слоях вследствие контактного взаимодействия разнородных фаз возникает межмолекулярное силовое поле, приводящее к нарушению равновесия в макроскопическом представлении. В результате образуется новая переходная структура, межфазный слой, в тензоре напряжений которой появляются составляющие, отличные от компонент изотропного давления, присутствующие в формуле Баккера как $p_{\tau}(z)$.

Отсюда следует, что напряжения $p_{\tau}(z)$, формирующие поверхностное натяжение, определяются особенностями межмолекулярных взаимодействий, в связи с чем, давление p в формуле Баккера имеет смысл рассматривать как внутреннее давление среды. Значение внутреннего давления для большинства жидкостей измеряется, как правило, тысячами атмосфер, а в твердых телах определяет прочностные характеристики материалов. Однако внешние проявления поверхностных эффектов сводятся к капиллярным явлениям, измеряемым миллиметрами водяного столба, что, на первый взгляд, находится в противоречии со значениями внутренних давлений. Противоречие снимается с учетом того, что поверхностное натяжение определяется интегрированием компонент тензора напряжений по толщине межфазного слоя, размеры которого сопоставимыми с молекулярными [10].

Формирование межфазного слоя жидкость-твердое осуществляется в жидкой фазе со слабой сжимаемостью, что определило использование модели несжимаемой жидкости. Деформация среды в межфазном слое происходит практически без изменения объема — изменение линейного размера вдоль какой-либо координатной оси компенсируется соответствующим сжатием вдоль других осей, происходящим без совершения работы. В связи с этим в изотермическом процессе значение удельной внутренней энергии жидкости в межфазном слое равно значению в объемной фазе.

Наличие компоненты $p_t(z)$ тензора межфазных напряжений в формуле Баккера свидетельствует о том, что тензор напряжений в межфазном слое является анизотропным, т. е. содержит компоненты, отличные от составляющих давления. В соответствии с этим целесообразно представить тензор напряжений совокупностью шаровой части с компонентами давления и девиатора напряжений.¹ При этом шаровая часть тензора обусловлена внутренними молекулярными свойствами жидкости, а компоненты девиатора напряжений отражают воздействие твердой фазы на жидкость.

2. Результаты

2. Results

Для формирования тензора межфазных напряжений введем декартову систему координат с осями OX и OY , расположенными в плоскости межфазного слоя, и осью OZ , перпендикулярной плоскости. Тогда, в соответствии с уравнениями механики сплошной среды [11], компоненты тензора давления могут быть определены из соотношения

$$p = \frac{\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz}}{3}, \quad (1)$$

а составляющие девиатора напряжений должны удовлетворять требованию:

$$\sigma'_{xx} + \sigma'_{yy} + \sigma'_{zz} = 0. \quad (2)$$

В результате тензор межфазных напряжений запишется в виде

$$\sigma_{xx} = p + \sigma'_{xx}; \sigma_{yy} = p + \sigma'_{yy}; \sigma_{zz} = p + \sigma'_{zz}. \quad (3)$$

Шаровая часть тензора p определяет изменение объема среды, который в условиях модели несжимаемой жидкости остается неизменным. Девиатор напряжений отвечает за деформацию выделенного объема среды в межфазном слое, вызванную воздействием твердой поверхности.

¹ Малинин Н.Н. Прикладная теория пластичности и ползучести. М.: Машиностроение, 1975. 400 с.

Объемная фаза жидкости, контактирующая с межфазным слоем, находится в равновесном состоянии, в котором дальнотействующие силы молекулярного притяжения, формирующие изотропное поле давлений жидкости P_0 , уравновешиваются силами молекулярного отталкивания. Уравновешенное силовое поле, в соответствии с принципами механики², не оказывает воздействия на граничащие с ним объекты, то есть контакт объемной жидкой фазы с межфазным слоем сведется к граничным условиям:

$$P = P_0; \frac{dP}{dz} = 0,$$

определяемым изотропностью и постоянством давления P_0 в объемной фазе.

Для равновесия межфазного слоя необходимо выполнение условия постоянства значения составляющей тензора σ_{zz} по толщине межфазного слоя в выражениях (1)150(3), сводящегося к требованию $\frac{d\sigma_{zz}}{dz} = 0$ [12]. Представим процесс образования межфазного слоя как внешнее силовое воздействие твердой фазы на изотропное поле внутреннего давления жидкости P_0 , эффект от которого с учетом ограниченного радиуса действия молекулярных сил будет тем сильнее, чем ближе расположена точка межфазного слоя к твердой поверхности. В результате возникает дополнительное давление ΔP_e , переменное по толщине межфазного слоя, которое в дальнейшем будем называть межфазным давлением. Значение ΔP_e максимально на твердой поверхности и равно нулю на границе с объемной фазой жидкости. Таким образом, внутреннее давление в произвольной точке межфазного слоя будет представлено как $P = P_0 + \Delta P_e$, а нормальная компонента тензора межфазных напряжений запишется в виде:

$$\sigma_{zz} = P_0 + \Delta P_e + \sigma'_{zz}. \quad (4)$$

Внутреннее давление P_0 определяется молекулярными свойствами жидкости, что позволяет при использовании модели несжимаемой жидкости считать этот параметр постоянным, не зависящим от внешних силовых воздействий. Это позволяет исключить его из уравнений равновесия, а требование $\sigma_{zz} = \text{const}$ в соответствии с (3) сведется к соотношениям:

$$\sigma'_{zz} = -\Delta P_e; \sigma'_{xx} = \sigma'_{yy} = \frac{\Delta P_e}{2}, \quad (5)$$

² Амензаде Ю.А. Теория упругости. Учебник для университетов. Изд. 3-е, доп. М., «Высшая школа», 1976. 272 с.

где равенство компонент σ'_{xx} и σ'_{yy} определяется симметрией тензора напряжений по отношению к оси Z . С учетом изложенного и выражений (1)–(3) компоненты тензора межфазных напряжений запишутся в виде:

$$\sigma_{zz} = 0; \sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \frac{3\Delta P_e}{2}. \quad (6)$$

Таким образом, контактное взаимодействие жидкой и твердой фаз сводится к напряжениям, действующим в плоскости межфазного слоя, формирующим поверхностное натяжение.

Характер взаимодействия жидкой и твердой фаз определяется адгезионными свойствами контакта, сводящимися к притяжению или отталкиванию жидкости к твердой поверхности посредством межмолекулярных сил, радиус действия которых ограничен. Значение этого параметра для заданной жидкости определяется ее внутренними свойствами, не зависящими от характера адгезионного взаимодействия. В отличие от этого силовое воздействие твердой фазы на жидкость определяется адгезионными свойствами контакта, которые, как правило, имеют радиус действия, отличный от дальнодействия молекулярных сил жидкости.

Контактное взаимодействие фаз принято определять значением краевого угла смачивания θ_0 , образуемого сидячей каплей жидкости на твердой поверхности, которое может изменяться в интервале $\pi \geq \theta_0 \geq 0$. При $\theta_0 = 0$ в условиях абсолютного смачивания твердой поверхности жидкостью взаимное притяжение фаз максимально, а толщина межфазного слоя δ равна значению радиуса дальнодействия сил межмолекулярного притяжения жидкости R . Межфазное давление ΔP_e , определяющее взаимное притяжение контактирующих фаз, достигает максимума P_0 на твердой стенке. С учетом того, что ΔP_e определяет в соответствии с (4) избыточное по отношению к P_0 давление, значение давления на стенке составит $2P_0$. Поверхностные натяжения межфазных слоев жидкость–твердое γ_{ls} и жидкость–газ γ_{lg} в рассматриваемом случае будут равны по модулю и противоположны по направлению.

Далее используем правило знаков напряжений в выражениях (5)–(6), принятое в теории Ван-дер-Ваальса [13], где положительными считаются сжимающие напряжения. Для рассмотренного случая $\theta_0 = 0$ твердая поверхность в результате притяжения жидкости формирует в межфазном слое положительные сжимающие напряжения $\Delta P_e > 0$ в соответствии с выбранным правилом знаков, а девиаторная компонента тензора σ'_{zz} в выражении (5) должна быть противоположного знака, т. е. действовать на растяжение межфазного слоя. В соответствии со свойством девиатора напряжений (2) компоненты тензора σ'_{xx} и σ'_{yy} работают на сжатие среды. Таким образом, воздействие тензора (6) на жидкость межфазного слоя

приводит к деформации шарового объема среды в эллипсоид, вытянутый по оси Z , и сжатый по двум другим координатным осям.

Рассмотренный случай абсолютного смачивания имеет скорее теоретическое, чем прикладное значение. Переходя в сферу практически реализуемых значений θ_0 , отметим, что увеличение краевого угла смачивания означает ослабление взаимного притяжения фаз, приводящее к снижению значения ΔP_e в зависимостях для компонент тензора. Толщина межфазного слоя при этом уменьшается, а при $\theta_0 = \frac{\pi}{2}$ взаимное притяжение фаз прекращается, т. е. значение межфазного давления ΔP_e становится равным нулю. Внутреннее давление жидкости на твердой стенке становится равным давлению P_0 в объемной фазе жидкости, в связи с чем необходимость формирования переходной зоны от жидкости к твердому пропадает, и образования межфазного слоя не происходит, т. е. $\delta = 0$.

Дальнейшее увеличение значения краевого угла смачивания в область $\theta_0 > \frac{\pi}{2}$ определяет изменение направления взаимодействия фаз от притяжения к отталкиванию. Тогда в выражениях (6) знаки напряжений изменятся на противоположные, т.е. нормальные напряжения в плоскости межфазного слоя σ_{xx} и σ_{yy} будут напряжениями растяжения так же, как в межфазном слое жидкость-газ. При $\theta_0 = \pi$ воздействие твердой фазы на жидкость прекращается, а межфазный слой жидкость-твердое вырождается в точку.

На рисунке 1 показана трансформация межфазного слоя жидкость-твердое с увеличением значения краевого угла смачивания. Через P_δ на рисунке обозначено давление жидкости на границе с твердой поверхностью.

Приведенные в (6) выражения компонент тензора межфазных напряжений содержат только девиаторные компоненты и выражаются через межфазное давление ΔP_e , приводящее к деформации среды в межфазном слое. Для значений краевого угла смачивания $\frac{\pi}{2} > \theta_0 > 0$ деформация среды сводится к удлинению вдоль оси Z и сжатию вдоль осей X и Y . В процессе удлинения происходит увеличение межмолекулярных расстояний в жидкой фазе межфазного слоя, приводящее к снижению молекулярного давления на величину ΔP_i . На границе межфазного слоя с объемной фазой $\Delta P_i = 0$, а $P = P_0$ с дальнейшим убыванием по мере приближения к твердой поверхности.

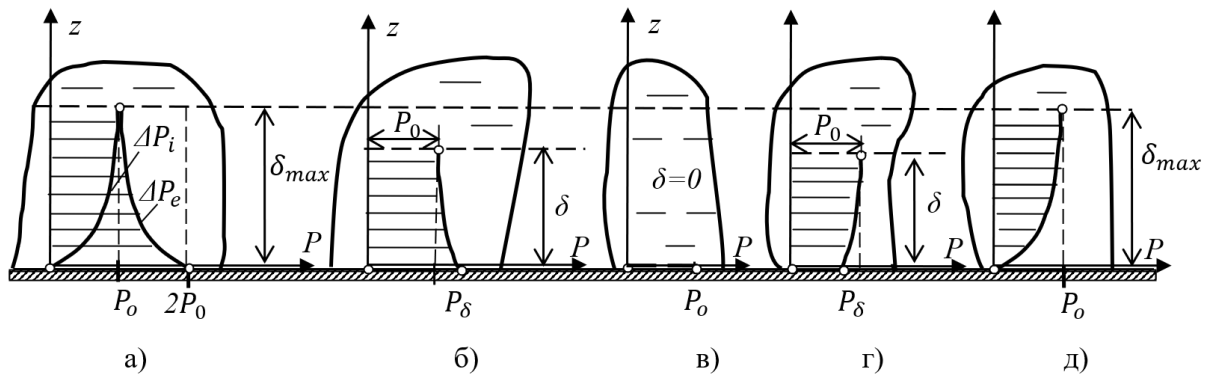


Рисунок 1. Трансформация межфазного слоя жидкость-твердое с увеличением значения краевого угла смачивания: а) $\theta_0 = 0$; б) $\frac{\pi}{2} > \theta_0 > 0$; в) $\theta_0 = \frac{\pi}{2}$; г) $\pi > \theta_0 > \frac{\pi}{2}$; д) $\theta_0 = \pi$

Figure 1. Transformation of the liquid-solid interphase layer with increasing contact angle of wetting: а) $\theta_0 = 0$; б) $\frac{\pi}{2} > \theta_0 > 0$; в) $\theta_0 = \frac{\pi}{2}$; г) $\pi > \theta_0 > \frac{\pi}{2}$; д) $\theta_0 = \pi$

На рисунке 1 а показаны распределения давлений ΔP_e и ΔP_i по толщине межфазного слоя откуда видно, что эти давления имея противоположные знаки, уравнивают друг друга, т. е. $\Delta P_e = -\Delta P_i$. Таким образом внешнее воздействие твердой поверхности на жидкость ΔP_e компенсируется силовым полем молекулярного притяжения ΔP_i жидкости, формируя уравновешенную систему сил. Зависимость $\Delta P_e(z)$, показанная на рисунке 1 а), определяет максимально возможное значение толщины межфазного слоя δ_{max} , равное радиусу дального действия молекул жидкости R . Для значений $\theta_0 > 0$ распределение межфазного давления $\Delta P_e(z)$ реализуется в области, составляющей только часть интервала $R \geq z \geq 0$, уменьшающейся с возрастанием значения θ_0 .

Тензор межфазных напряжений (б) обеспечивает выполнение условия $\sigma_{zz} = const$, но не гарантирует равновесия системы в связи с переменным значением ΔP_e по толщине слоя. Зависимость $\Delta P_e(z)$, как показано выше, должна соответствовать закону распределения молекулярных сил жидкости в зависимости от расстояния $\Delta P_i(z)$, откуда следует, что компоненты тензора (б) определяют необходимые, но недостаточные условия равновесия межфазного слоя. Специфика взаимодействия фаз определяется наличием мощного градиента межфазного давления в межфазном слое, приводящего к формированию объемных сил.

Введем в рассмотрение объемную силу F_V , которая в механике сплошной среды определяется как отношение силы ΔF , приложенной к малому элементу среды, к массе этого элемента Δm и выражается зависимостью [9].

$$F_V = \frac{1}{\rho} \frac{dP}{dz}, \quad (7)$$

где ρ — плотность среды. Направление объемной силы совпадает с направлением вектора градиента давления. Так для схемы на рисунке 1 а объемная сила направлена из объемной фазы жидкости к твердой поверхности, создавая на стенке реакцию обратного направления, равную N_s , обеспечивающую равновесие межфазного слоя. Значение этой реакции во многом определяет характер зависимости $\Delta P_e(z)$. Далее индексы «e» и «i» в обозначении давлений будем упускать, т. к. в условиях равновесия эти давления при одинаковых значениях отличаются только знаками, т. е. $\Delta P_e = -\Delta P_i$.

Особенность межфазного слоя состоит в том, что закон распределения давления по толщине слоя является нелинейным. При линейном распределении давления, например, гидростатического, значение градиента давления постоянно в любой точке, а реакция твердой поверхности равна давлению жидкости в точке контакта. В межфазном слое градиент давления не может быть постоянным по толщине слоя, исходя из того, что его значение в зоне контакта с объемной фазой равно нулю, достигая максимума на твердой поверхности. Это приводит к появлению разницы между давлением жидкости на твердой поверхности и ее реакцией N_s на межфазный слой.

На твердой поверхности молекулы находятся в фиксированном положении, а формирование тензора напряжений в соответствии с выражениями (6) обусловлено деформацией объема жидкой среды, включающей изменение линейных размеров по каждой из трех координатных осей. В твердом теле такая деформация невозможна, а воздействие твердой фазы на жидкость сводится к напряжению N_s , нормальному к твердой поверхности. Значение N_s находится из уравнения (1) при условии $\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = 0$ и составляет $3\Delta P_\delta$, где ΔP_δ межфазное давление жидкости на твердой поверхности. Таким образом, реакция твердой поверхности на жидкость будет равна

$$N_s = 3\Delta P_\delta, \quad (8)$$

т. е. в три раза превышать межфазное давление жидкости в области контакта фаз.

Выделим элемент межфазного слоя в форме параллелепипеда, одно из ребер которого равно толщине межфазного слоя δ , а два других формируют грань площадью S . Запишем уравнение равновесия элемента в проекции на ось Z с учетом объемной силы (7):

$$N_s \cdot S = F_V \cdot \Delta m = F_V \cdot \rho \cdot S \cdot \delta,$$

откуда из (6) и (7) получим:

$$\frac{d\Delta P}{dz} \cdot \delta = 3\Delta P_\delta. \quad (9)$$

Для заданной жидкости значение параметра δ определяется условиями смачивания, т. е. свойствами контакта взаимодействующих фаз, и может принимать значения в интервале $R \geq \delta \geq 0$. Это позволяет рассматривать δ как независимую переменную z , а ΔP_δ как текущее значение давления ΔP в точке межфазного слоя. Таким образом, уравнение (9) преобразуется в уравнение с разделяющимися переменными $\frac{d\Delta P}{\Delta P} = 3 \frac{dz}{z}$ с решением:

$$\Delta P = C (z)^3,$$

где C — константа интегрирования, которая может быть определена из граничного условия на твердой стенке при абсолютном смачивании жидкостью твердой поверхности в соответствии с рисунком 1 а.

Для записи граничных условий выберем начало отсчета координаты z . Как видно из схем на рисунке 1, граничные условия в точках контакта межфазного слоя с объемной фазой жидкости не зависят от условий смачивания, в связи с чем целесообразно поместить начало отсчета оси Z на границе межфазного слоя с объемной фазой. Тогда для случая абсолютного смачивания граничные условия запишутся в виде: при $z = R$ $\Delta P = P_0$ (рис. 1 а), с решением дифференциального уравнения:

$$\Delta P = P_0 \left(\frac{z}{R}\right)^3. \quad (10)$$

Как указывалось ранее, полученная зависимость $\Delta P_i(z)$ определяется внутренними свойствами жидкой фазы в интервале $R \geq z \geq 0$, т. е. охватывает все возможные варианты смачивания твердых тел данной жидкостью.

Уравнение (10) содержит два экспериментальных параметра: P_0 — внутреннее давление жидкости и R — радиус дальнего действия молекул жидкости. Внутреннее давление определяется экспериментально исследованием сжимаемости жидкости и по данным разных литературных источников составляет для воды от 10 000 до 15 000 атмосфер [12; 14–17]. Что касается значения второго параметра R , то его значения в известной литературе приводятся только на уровне оценок, которые могут существенно отличаться друг от друга [18; 19].

Проведенное исследование позволяет обоснованно определить теоретическое значение поверхностного натяжения межфазного слоя жидкость-твердое для $\theta_0 = 0$ с использованием компонент тензора (6) и уравнения Баккера, которое может быть приведено к виду:

$$\gamma_{ls} = \gamma_{lg} = \int_0^R \sigma_{xx} dz = \frac{3}{8} P_0 R. \quad (11)$$

Полученное выражение определяет поверхностное натяжение межфазного слоя жидкость-твердое γ_{ls} для случая абсолютного

смачивания, что соответствует схеме на рисунке 1 а. В этом случае, как указывалось выше, поверхностные натяжения для межфазных слоев жидкость-газ γ_{lg} и жидкость-твердое γ_{ls} равны, а толщина межфазного слоя равна значению радиуса дальнего действия R , откуда следует выражение:

$$R = \frac{8 \gamma_{lg}}{3 P_0}. \quad (12)$$

Приведенный результат определяет толщину межфазного слоя для случая абсолютного смачивания, который, может быть реализован в исключительных случаях. В практически реализуемых условиях краевой угол смачивания определяется значениями $\theta_0 > 0$, когда $\Delta P < P_0$, $\delta < R$, а $\gamma_{ls} < \gamma_{lg}$ (рис. 1 б). Приведенный выше набор параметров позволяет описать структуру межфазного слоя жидкость-твердое для любых значений краевого угла смачивания. Так значение межфазного давления жидкости на твердой поверхности ΔP_δ определяется зависимостью (10) при $z = \delta$:

$$\Delta P_\delta = P_0 \left(\frac{\delta}{R} \right)^3. \quad (13)$$

Толщина межфазного слоя δ может быть найдена путем следующих преобразований:

$$\gamma_{ls} = \int_0^\delta \sigma_{xx} dz = \int_0^\delta \frac{3}{2} \Delta P dz = \frac{3 P_0}{8 R^3} \delta^4.$$

С другой стороны, поверхностное натяжение γ_{ls} может быть найдено из выражения:

$$\gamma_{ls} = \gamma_{lg} \cos \theta_0, \quad (14)$$

обоснование которого будет рассмотрено далее.

Приравняв записанные выражения, получим:

$$\gamma_{lg} \cos \theta_0 = \frac{3 P_0}{8 R^3} \delta^4, \text{ откуда } \delta^4 = \left(\frac{8 \gamma_{lg}}{3 P_0} \right)^4 \cos \theta_0,$$

а тогда толщина межфазного слоя жидкость-твердое составит:

$$\delta = R (\cos \theta_0)^{0,25}.$$

3. Обсуждение результатов

3. Results and discussion

В проведенном исследовании реализован подход, сформулированный академиком Б.В. Дерягиным, состоящий в замене кулоновских и молекулярных (дисперсионных) сил системой натяжений. *«Возможность такой замены не зависит от физического существа этих сил, так как базируется на формальной эквивалентности электромагнитных сил*

системе натяжений». Там же констатируется факт о невозможности применения условий гидростатического равновесия внутри жидкостной прослойки, т. к. «объем любого элементарного слоя внутри нее находится под действием молекулярных или электрических сил». Однако замена гидростатического давления на внутреннее давление жидкости, зависящее именно от этих сил, позволяет «свести силы дальнего действия к силам ближнего действия, и указанные осложнения исчезнут» [7].

Представление тензора межфазных напряжений совокупностью шаровой части, т. е. давления, и девиатора напряжений позволяет объяснить происхождение компоненты $p_t(z)$ в формуле Баккера, определяющей поверхностное натяжение межфазного слоя. Шаровая часть тензора определяется внутренними свойствами жидкости, обусловленными действием межмолекулярных сил притяжения, которые уравниваются силами отталкивания, образуя уравновешенную систему сил давления P_0 . Эта компонента тензора остается неизменной в процессе формирования межфазного слоя, не зависящей от внешних силовых воздействий, к которым относится силовое поле, создаваемое твердой фазой. В результате контактного взаимодействия возникает межфазное давление ΔP , переменное по толщине межфазного слоя, нарушающее равенство сил притяжения и отталкивания, которое восстанавливается путем формирования компонент девиатора напряжений.

Первый инвариант девиатора напряжений равен нулю, в связи с чем его добавка к шаровой части не изменяет давления, обусловленного межмолекулярным взаимодействием в жидкой фазе. Так в случае притяжения жидкости твердой поверхностью, рассматриваемого как внешнее силовое воздействие, в межфазном слое возникают сжимающие напряжения, нарушающие равенство молекулярных сил притяжения и отталкивания в жидкой фазе. Компонента девиатора σ'_{zz} , действующая на растяжение, компенсирует возникшее несоответствие. Сжимающие компоненты девиатора напряжений σ'_{xx} и σ'_{yy} с одной стороны, предотвращают выдавливание жидкости из зоны повышенного давления межфазного слоя, а, с другой, формируют поверхностное натяжение.

В отличие от рассмотренного механизма в межфазном слое жидкость-газ в области контакта фаз образуется разрежение, которое компенсируется компонентой σ'_{zz} , работающей на сжатие. Две другие компоненты девиатора напряжений, формирующие поверхностное натяжение, растягивают межфазный слой, предотвращая поступление жидкости в область разрежения. Определенные таким образом направления напряжений позволяют внести коррективы в классическое уравнение Юнга. Поверхностное натяжение в межфазном слое

жидкость-твердое γ_{ls} определяют из рассмотрения равновесия линии трехфазного контакта (ЛТК) сидячей капли:

$$\gamma_{sg} = \gamma_{ls} + \gamma_{lg} \cos \theta_0.$$

В этом уравнении присутствуют поверхностные натяжения: γ_{sg} — твердое-газ; γ_{ls} — жидкость-твердое; γ_{lg} — жидкость-газ.

Поверхностное натяжение твердое — газ по существующим представлениям [20; 21] формируется мономолекулярным слоем газовой фазы, окружающим сидячую каплю. Как показано выше, формирование поверхностного натяжения обусловлено градиентом давления, вызванного деформацией объема среды, что невозможно в межфазном слое толщиной в одну молекулу. Более того не известны методы экспериментального измерения этого поверхностного натяжения, что ставит под сомнение сам факт его существования. В большинстве изданий, включая учебники, напряжения в межфазном слое жидкость-твердое считают растягивающими, независимо от характера смачивания по аналогии со слоем жидкость-газ. В результате проекция γ_{lg} в плоскость твердой поверхности и поверхностное натяжение γ_{ls} совпадают по направлению для значений краевого угла смачивания $\theta_0 < \frac{\pi}{2}$, нарушая условия равновесия ЛТК.

Этот факт обусловил, на наш взгляд, появление межфазного натяжения твердое — газ в уравнении Юнга. Изложенные выше представления дают физически обоснованное направление напряжений в межфазном слое жидкость-твердое для $\theta_0 < \frac{\pi}{2}$, противоположное направлению напряжений в слое жидкость-газ. При этом выполняются условия равновесия ЛТК без введения поверхностного натяжения жидкость-твердое. Исходя из этих соображений, поверхностное натяжение γ_{sg} исключено из уравнения Юнга с получением выражения (14). Авторы понимают ответственность за коррекцию классических представлений, но аналогичной точки зрения придерживаются авторы работы [6], исходя из совершенно иных предпосылок. На неоднозначность трактовки в части установления напряжений в межфазном слое жидкость-твердое и необходимость дополнительных исследований и разъяснений в этом вопросе указывают и зарубежные исследователи [22–28].

Нелинейный закон распределения межфазного давления по толщине слоя обусловил еще одну особенность рассмотренной задачи: реакция твердой поверхности на давление жидкости в межфазном слое сводится к одной компоненте, направленной по оси Z. В результате этого давления жидкой и твердой фаз в области непосредственного контакта становятся отличными друг от друга (см. зависимость (8), а в законе распределения

давления жидкости по толщине слоя появляется показатель степени три. Отметим, что в работах Б.В. Дерягина и других авторов [7], при определении расклинивающего давления в жидкостных прослойках также присутствует этот показатель степени. В частности, указывается, что дисперсионная слагающая расклинивающего давления обратно пропорциональна толщине прослойки в кубе, что находится в полном соответствии с результатом в выражении (13).

Полученные в работе соотношения настолько просты, что вызывают сомнения, в связи с чем, возникла необходимость в подтверждении полученных в работе результатов. Воспользуемся выражением (12) для определения радиуса действия молекул воды. Внутреннее давление воды P_0 примем равным 10 000 атмосфер [14; 15; 29], а поверхностное натяжение $\gamma_{lg} = 0,073$ н/м. Подстановка этих значений в (12) дает результат:

$$R = \frac{8 \gamma_{lg}}{3 P_0} = \frac{8 \cdot 7,3 \cdot 10^{-2}}{3 \cdot 1,00 \cdot 10^9} = 1,95 \cdot 10^{-10} \text{ м} = 1,95 \text{ \AA}.$$

В монографии [8] приводится результат расчетов, выполненных Юнгом, составляющий 1 Å, который был уточнен Ван-дер-Ваальсом с получением радиуса действия в 3–6 Å. Таким образом, проведенный выше расчет укладывается в рамки существующих представлений о дальнодействии молекул воды.

Использование изложенного подхода позволило разработать модель межфазного слоя жидкость-твердое, не зависящую от «физического существа» сил, формирующих взаимодействие фаз. Как правило, в межфазной области действуют силы и эффекты различной физической природы, что предполагает использование разных подходов для их описания. В предлагаемом подходе характер действующих сил не имеет значения — важен факт их наличия. Это позволяет сократить количество экспериментальных параметров, необходимых для реализации модели и получить результаты, пригодные для практического использования.

4. Заключение

4. Conclusion

В работе реализован подход Б.В. Дерягина, состоящий в замене кулоновских и молекулярных (дисперсионных) сил системой натяжений, полученных на основе уравнений механики сплошных сред. Сформирован тензор напряжений в межфазном слое жидкость-твердое, удовлетворяющий условиям равновесия, содержащий шаровую и девиаторную компоненты, пригодный для любых видов адгезионного взаимодействия фаз. Использование модели несжимаемой жидкости

позволило установить связи между составляющими этих компонент, а также определить их физический смысл. Показано, что в рамках принятой модели в межфазном слое жидкость-твердое, в отличие от слоя жидкость-газ, не происходит накопления внутренней энергии.

Установлено, что напряжения, формирующие поверхностное натяжение межфазного слоя, являются компонентами девиатора напряжений, а распределение давления жидкости по толщине межфазного слоя нелинейно. Формирование градиента давления обусловлено деформацией среды при неизменном объеме, приводящей к изменению межмолекулярных расстояний. Показано, что давления жидкой и твердой фаз в зоне их непосредственного контакта отличаются друг от друга. Разработанный подход базируется на общих представлениях механики сплошных сред, что позволяет исключить из рассмотрения специфику различных видов адгезионных взаимодействий жидкой и твердой фаз. При этом не важен механизм формирования этих взаимодействий — достаточен факт их наличия.

Таким образом, в работе удалось реализовать подход, сформулированный Б.В. Дерягиным, состоящий *«в замене кулоновских и молекулярных (дисперсионных) сил системой натяжений. Возможность такой замены не зависит от физического существования этих сил, так как базируется на формальной эквивалентности электромагнитных сил системе натяжений»*.

Выводы

Summary

Проведенное исследование позволяет сформулировать следующие выводы, кратко отражающие содержание работы.

1. Моделирование межфазных взаимодействий рассмотрено с позиций уравнений равновесия механики сплошной среды с использованием модели несжимаемой жидкости и представлением тензора межфазных напряжений совокупностью шаровой и девиаторной компонент. Получены аналитические выражения для компонент тензора напряжений в зависимости от условий смачивания жидкостью твердой поверхности.
2. Установлен нелинейный характер распределения давления по толщине межфазного слоя, в результате которого давление жидкости на твердой стенке отличается от реакции твердой поверхности на жидкую фазу в области контакта.

3. Выявлен механизм формирования поверхностного натяжения межфазного слоя жидкость-твердое. Показано, что поверхностное натяжение определяется действием девиаторных компонент тензора межфазных напряжений в плоскости межфазного слоя.
4. Установлен закон распределения межмолекулярных сил жидкости в зависимости от расстояния по результатам исследования сидячей капли. Получены выражения для определения радиуса дальнего действия молекул жидкости и толщины межфазного слоя жидкость-твердое, дающие результат, укладывающийся в известные оценки значений этих величин.
5. Показано, что поверхностное натяжение твердое-газ может быть исключено из уравнения Юнга при замене направления поверхностного натяжения жидкость-твердое при углах смачивания $\theta_0 < \frac{\pi}{2}$ на противоположное. Проведено теоретическое обоснование такой замены.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Дерягин, Б.В.** Поверхностные силы / Б.В. Дерягин, Н.В. Чураев, В.М. Муллер. — М.: Наука, 1985. — 399 с.
2. **Урьев, Н.Б.** Открытие эффекта возрастания эффективной вязкости нанодисперсных структурированных систем при сдвиговом деформировании со сверхнизкими скоростями / Н.Б. Урьев, Ю.С. Свистунов, А.Н. Потапов, В.А. Стариков // Доклады Академии наук. — 2007. — Т 416. — № 1. — С. 70–72. — URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=9533791>. — EDN IAQIKR. (дата обращения: 02.05.2023).
3. **Boinovich, L.B.** Long-range surface forces and their role in the progress / L.B. Boinovich. — DOI <https://doi.org/10.1070/rc2007v076n05abeh003692> // Russian Chemical Reviews. — 2007. — Т 76. — № 5. — С. 471. — URL: <https://iopscience.iop.org/article/10.1070/RC2007v076n05ABEH003692/pdf>. (дата обращения: 02.05.2023).
4. **Каплан, И.Г.** Межмолекулярные взаимодействия / И.Г. Каплан, О.Б. Родимова. — DOI <https://doi.org/10.3367/UFNr.0126.197811b.0403> // УФН. — 1978. — Т 126. — № 3. — С. 403–449. — URL: <https://ufn.ru/ru/articles/1978/11/b/>. (дата обращения: 02.05.2023).
5. **Murrel, J.N.** Orbital Theories of Molecules and Solids / J.N. Murrel. — Оксфорд: Clarendon Press, 1974. — 385 с.
6. **Ролдугин, В.И.** Механизм действия и место приложения капиллярных сил / В.И. Ролдугин, Т.В. Харитонова. — DOI <https://doi.org/10.7868/S0023291217040139> // Коллоидный журнал. — 2017. — Т 79. — № 4. — С. 493–501. — URL: <https://www.libnauka.ru/item.php?doi=10.7868/S0023291217040139>. — EDN YTLUWX. (дата обращения: 02.05.2023).
7. **Дерягин, Б.В.** Теория устойчивости коллоидов и тонких пленок / Б.В. Дерягин. — М.: Наука, 1986. — 206 с.
8. **Bakker, G.** Handbuch der Experimentalphysik Band 6: Kapillarität und Oberflächenspannung [Справочник по экспериментальной физике, том 6: Капиллярность и поверхностное натяжение] / G. Bakker. — Под ред. W. Wien, F. Harms. — Лейпциг: Akadem. Verlagsges, 1928. — 458 с.

9. **Harasima, A.** Molecular Theory of Surface Tension / A. Harasima. — DOI // Advances in Chemical Physics, Vol. 1 / Нью-Йорк: Interscience Publishers Inc., 1958. — С. 203–238. — URL: <https://books.google.ru/books?id=1-xg2My2dVEC&lpg=PP1&hl=ru&pg=PP1#v=onepage&q&f=false>. (дата обращения: 02.05.2023).
10. **Роулинсон, Дж.** Молекулярная теория капиллярности / Дж. Роулинсон, Б. Уидом. — Перевод с англ. В.Л. Кузьмина; под ред. А.И. Русанова. — М.: Мир, 1986. — 375 с.
11. **Лойцянский, Л.Г.** Механика жидкости и газа / Л.Г. Лойцянский. — М.: Наука, 1978. — 678 с.
12. **Френкель, Я.И.** Кинетическая теория жидкостей / Френкель Я.И. — Л.: Наука, 1975. — 424 с.
13. **Ван-дер Ваальс, И.Д.** Курс термостатики: Термич. равновесия материальных систем по лекциям И.Д. Ван-дер-Ваальса / И.Д. ван-дер Ваальс, Ф. Констамм. — М.: ОНТИ, Глав. ред. хим. лит-ры, 1936. — 452 с.
14. **Карцев, В.Н.** Температурная зависимость внутреннего давления жидкостей / В.Н. Карцев, М.Н. Родникова, Й. Бартел, С.Н. Штыков // Журнал физической химии. — 2002. — Т 76. — № 6. — С. 1016–1018. — URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=44545178>. — EDN NXVEXZ. (дата обращения: 20.05.2023).
15. **Madhumitha, J.** Theoretical Evaluation of Internal Pressure in Ternary and Sub-Binary Liquid Mixtures at Various Temperatures / J. Madhumitha, N. Santhi, G. Alamelumangai, M. Emayavaramban. — DOI <https://doi.org/10.56431/p-8t4037> // ILCPA. — 2012. — Т 4. — С. 82–95. — URL: <https://www.academiccoa.com/ILCPA.4.82>. (дата обращения: 20.05.2023).
16. **Мелвин-Хьюз, Э.А.** Физическая химия, т. 2 / Э.А. Мелвин-Хьюз. — М.: Изд-во иностр. лит., 1962. — 537 с.
17. **Карцев, В.Н.** Межмолекулярные силы и внутреннее давление жидкостей / В.Н. Карцев, С.Н. Штыков, К.Е. Панкин, Д.В. Батов // Журнал структурной химии. — 2012. — Т 53. — № 6. — С. 1113–1118. — URL: https://www.sibran.ru/journals/issue.php?ID=147848&ARTICLE_ID=148100. — EDN OGKLLI. (дата обращения: 20.05.2023).
18. **Каплан, И.Г.** Введение в теорию межмолекулярных взаимодействий / И.Г. Каплан. — М.: Наука, 1982. — 311 с.
19. **Русанов, А.И.** Фазовые равновесия и поверхностные явления / А.И. Русанов. — Л.: Химия, 1967. — 388 с.
20. Межфазовая граница газ — твердое тело / Под ред. Э. Флада; Перевод с англ. канд. хим. наук А.А. Лопаткина [и др.]; Под ред. проф. А.В. Киселева. — М.: Мир, 1970. — 434 с.
21. **Товбин, Ю.К.** Теория физико-химических процессов на границе газ-твердое тело / Ю.К. Товбин. — М.: Наука, 1990. — 287 с.
22. **Bonn, D.** Wetting and spreading / D. Bonn, J. Eggers, J. Indekeu, J. Meunier, E. Rolley. — DOI <https://doi.org/10.1103/RevModPhys.81.739> // Rev. Mod. Phys. — 2009. — Т 81. — № 2. — С. 739–805. — URL: <https://journals.aps.org/rmp/abstract/10.1103/RevModPhys.81.739>. (дата обращения: 07.06.2023).
23. **de Gennes, P.-G.** Capillarity and Wetting Phenomena / P.-G. de Gennes, F. Brochard, D. Quéré. — DOI <https://doi.org/10.1007/978-0-387-21656-0>. — Нью-Йорк Springer New York, 2013. — 292 с. — URL: <https://link.springer.com/book/10.1007/978-0-387-21656-0> (дата обращения: 07.06.2023).
24. **Marchand, A.** Why is surface tension a force parallel to the interface? / A. Marchand, J.H. Weijs, J.H. Snoeijer, B. Andreotti. — DOI <https://doi.org/10.1119/1.3619866> // American Journal of Physics. — 2011. — Т 79. — № 10. — С. 999–1008. — URL: <https://pubs.aip.org/aapt/ajp/article-abstract/79/10/999/1043742/Why-is-surface-tension-a-force-parallel-to-the?redirectedFrom=fulltext>. (дата обращения: 07.06.2023).
25. **Sophocleous, M.** Understanding and explaining surface tension and capillarity: an introduction to fundamental physics for water professionals / M. Sophocleous. — DOI <https://doi.org/10.1007/s10040-009-0565-5> // Hydrogeology Journal. — 2010. — Т 18. — № 4. — С. 811–821. — URL: <https://link.springer.com/article/10.1007/s10040-009-0565-5>. (дата обращения: 07.06.2023).

26. **Erceg, N.** Development of the kinetic molecular theory of liquids concept inventory: preliminary results on university students' misconceptions / N. Erceg, I. Aviani, K. Grlaš, M. Karuza, V. Mešić. — DOI <https://doi.org/10.1088/1361-6404/aaff36> // European Journal of Physics. — 2019. — Т 40. — № 2. — С. 025704. — URL: <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1361-6404/aaff36>. (дата обращения: 07.06.2023).
27. **Roura, P.** Thermodynamic derivations of the mechanical equilibrium conditions for fluid surfaces: Young's and Laplace's equations / P. Roura. — DOI <https://doi.org/10.1119/1.2117127> // American Journal of Physics. — 2005. — Т 73. — № 12. — С. 1139–1147. — URL: <https://pubs.aip.org/aapt/aip/article-abstract/73/12/1139/1056146/Thermodynamic-derivations-of-the-mechanical?redirectedFrom=fulltext>. (дата обращения: 07.06.2023).
28. **Andreotti, B.** Statics and Dynamics of Soft Wetting / Andreotti B., J.H. Snoeijer. — DOI <https://doi.org/10.1146/annurev-fluid-010719-060147> // Annual Review of Fluid Mechanics. — 2020. — Т 52. — С. 285–308. — URL: <https://www.annualreviews.org/doi/10.1146/annurev-fluid-010719-060147>. (дата обращения: 07.06.2023).
29. **Azad, A.M.** Internal Pressure in liquid systems-concept and applications / A.M. Azad, S. Ganesan // Physics Education. — 1990. — Т 7. — № 1. — С. 24–34. — URL: https://www.researchgate.net/publication/275656783_Internal_Pressure_in_liquid_systems-concept_and_applications. (дата обращения: 07.06.2023).

Сведения об авторах:

Игнатьев Алексей Александрович — кандидат технических наук, доцент, директор Департамента развития отраслевого образования, ФАУ «Российский дорожный научно-исследовательский институт», Москва, Россия, доцент кафедры «Гидротехническое и дорожное строительство», ФГБОУ ВО «Ярославский государственный технический университет», Ярославль, Россия, e-mail: Ignatievaa@rosdomii.ru
ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1425-5330>
РИНЦ: https://elibrary.ru/author_profile.asp?id=652263
WoS: <https://www.webofscience.com/wos/author/rid/AAZ-2908-2021>
SCOPUS: <https://www.scopus.com/authid/detail.url?authorId=57223088598>

Готовцев Валерий Михайлович — доктор технических наук, профессор, профессор кафедры «Управление предприятием», ФГБОУ ВО «Ярославский государственный технический университет», Ярославль, Россия, e-mail: gotovtsev_vm@mail.ru
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-4272-9209>
РИНЦ: https://elibrary.ru/author_profile.asp?id=302357

Статья получена: 07.07.2023. Принята к публикации: 15.09.2023. Опубликовано онлайн: 29.09.2023.

REFERENCES

1. Deryagin B.V., Churayev N.V., Muller V.M. Poverkhnostnyye sily [Surface forces]. Moscow: Nauka; 1985. (In Russ.).
2. Ur'ev N.B., Svistunov Yu.S., Potapov A.N., Starikov V.A. Increase in the effective viscosity of nanodisperse structured systems in shear deformation at extremely low rates. *Doklady Physical Chemistry*. 2007; 416(1): 237–239. (In Eng.) DOI: <https://doi.org/10.1134/S0012501607090011>.
3. Boinovich L.B. Long-range surface forces and their role in the progress. *Russian Chemical Reviews*. 2007; 76(5): 471. (In Eng.) DOI: <https://doi.org/10.1070/rc2007v076n05abeh003692>.
4. Kaplan I.G., Rodimova O.B. Intermolecular interactions. *Soviet Physics Uspekhi*. 1978; 126(3): 403–449. (In Russ.) DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.0126.197811b.0403>.
5. Murrell J.N. Orbital Theories of Molecules and Solids. Oxford: Clarendon Press; 1974. (In Eng.).
6. Roldughin V.I., Kharitonova T.V. The mechanism of action and place of application of capillary forces. *Colloid Journal*. 2017; 79(4): 540–548. (In Eng.) DOI: <https://doi.org/10.7868/S0023291217040139>.

7. Deryagin B.V. Teoriya ustoychivosti kolloidov i tonkikh plenok [Theory of stability of colloids and thin films]. Moscow: Nauka; 1986. (In Russ.).
8. Bakker G. Handbuch der Experimentalphysik Band 6: Kapillarität und Oberflächenspannung [Handbook of Experimental Physics Volume 6: Capillarity and Surface Tension]. Leipzig: Akadem. Verlagsges; 1928. (In German).
9. Harasima A. Molecular Theory of Surface Tension. In: Advances in Chemical Physics, Vol. 1. New York: Interscience Publishers Inc.; 1958. p. 203–238. Available at: <https://books.google.ru/books?id=1-xg2My2dVEC&lpg=PP1&hl=ru&pg=PP1#v=onepage&q&f=false> (accessed 2nd May 2023). (In Eng.).
10. Rowlinson J.S., Widom B. Molecular Theory of Capillarity. Oxford: Clarendon Press; 1982. (In Eng.).
11. Loytsyanskiy L.G. Mekhanika zhidkosti i gaza [Mechanics of fluid and gas]. Moscow: Nauka; 1978. (In Russ.).
12. Frenkel' Ya.I. Kineticheskaya teoriya zhidkostey [Kinetic theory of liquids]. Leningrad: Nauka; 1975. (In Russ.).
13. van-der Vaal's I.D., Konstamm F. Kurs termostatiki: Termich. ravnovesiya material'nykh sistem po lektsiyam I.D. van-der-Vaal'sa [Thermostatistics course: Thermal. equilibrium of material systems according to lectures by I.D. van der Waals]. Moscow: ONTI, Glav. red. khim. lit-ry; 1936. (In Russ.).
14. Kartsev V.N., Rodnikova M.N., Bartel I., Shtykov S.N. The temperature dependence of internal pressure in liquids. *Russian Journal of Physical Chemistry A*. 2002; 76(6): 903–905. Available at: <https://elibrary.ru/item.asp?id=13396789> (accessed 20th May 2023). (In Eng.).
15. Madhumitha J., Santhi N., Alamelumangai G., Emayavaramban M. Theoretical Evaluation of Internal Pressure in Ternary and Sub-Binary Liquid Mixtures at Various Temperatures. *ILCPA*. 2012; 4: 82–95. (In Eng.) DOI: <https://doi.org/10.56431/p-8t4037>.
16. Moelwyn-Hughes E.A. Physical Chemistry, 2nd rev. ed. New York: Pergamon Press; 1961. (In Eng.).
17. Kartsev V.N., Shtykov S.N., Pankin K.E., Batov D.V. Intermolecular forces and the internal pressure of liquids. *Journal of Structural Chemistry*. 2012; 53(6): 1087–1093. (In Eng.) DOI: <https://doi.org/10.1134/S0022476612060108>.
18. Kaplan I.G. Vvedeniye v teoriyu mezhmolekulyarnykh vzaimodeystviy [Introduction to the theory of intermolecular interactions]. Moscow: Nauka; 1982. (In Russ.).
19. Rusanov A.I. Fazovyye ravnovesiya i poverkhnostnyye yavleniya [Phase equilibria and surface phenomena]. Leningrad: Khimiya; 1967. (In Russ.).
20. Alison Flood E. ed. The Solid-Gas Interface. New York: Marcel Dekker, Inc; 1967. (In Eng.).
21. Tovbin Yu.K. Teoriya fiziko-khimicheskikh protsessov na granitse gaz-tverdoye telo [Theory of physical and chemical processes at the gas-solid interface]. Moscow: Nauka; 1990. (In Russ.).
22. Bonn D., Eggers J., Indekeu J., Meunier J., Rolley E. Wetting and spreading. *Rev. Mod. Phys.* 2009; 81(2): 739–805. (In Eng.) DOI: <https://doi.org/10.1103/RevModPhys.81.739>.
23. de Gennes P.-G., Brochard F., Quéré D. Capillarity and Wetting Phenomena. New York: Springer New York; 2013. Available at: <https://link.springer.com/book/10.1007/978-0-387-21656-0> (accessed 7th June 2023). (In Eng.) DOI: <https://doi.org/10.1007/978-0-387-21656-0>.
24. Marchand A., Weijs J.H., Snoeijer J.H., Andreotti B. Why is surface tension a force parallel to the interface? *American Journal of Physics*. 2011; 79(10): 999–1008. (In Eng.) DOI: <https://doi.org/10.1119/1.3619866>.
25. Sophocleous M. Understanding and explaining surface tension and capillarity: an introduction to fundamental physics for water professionals. *Hydrogeology Journal*. 2010; 18(4): 811–821. (In Eng.) DOI: <https://doi.org/10.1007/s10040-009-0565-5>.

26. Erceg N., Aviani I., Grlaš K., Karuza M., Mešić V. Development of the kinetic molecular theory of liquids concept inventory: preliminary results on university students' misconceptions. *European Journal of Physics*. 2019; 40(2): 025704. (In Eng.) DOI: <https://doi.org/10.1088/1361-6404/aaff36>.
27. Roura P. Thermodynamic derivations of the mechanical equilibrium conditions for fluid surfaces: Young's and Laplace's equations. *American Journal of Physics*. 2005; 73(12): 1139–1147. (In Eng.) DOI: <https://doi.org/10.1119/1.2117127>.
28. Andreotti B., Snoeijer J.H. American Journal of Physics. *Annual Review of Fluid Mechanics*. 2020; 52: 285–308. (In Eng.) DOI: <https://doi.org/10.1146/annurev-fluid-010719-060147>.
29. Azad A.M., Ganesan S. Internal Pressure in liquid systems-concept and applications. *Physics Education*. 1990; 7(1): 24–34. Available at: https://www.researchgate.net/publication/275656783_Internal_Pressure_in_liquid_systems-concept_and_applications (accessed 7th June 2023). (In Eng.).

Information about the authors:

Alexey A. Ignatyev — Russian Road Scientific-Research Institute, Moscow, Russia, Yaroslavl State Technical University, Yaroslavl, Russia, e-mail: Ignatievaa@rosdornii.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1425-5330>

RSCI: https://elibrary.ru/author_profile.asp?id=652263

WoS: <https://www.webofscience.com/wos/author/rid/AAZ-2908-2021>

SCOPUS: <https://www.scopus.com/authid/detail.url?authorId=57223088598>

Valeriy M. Gotovtsev — Yaroslavl State Technical University, Yaroslavl, Russia, e-mail: gotovtsev_vm@mail.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-4272-9209>

RSCI: https://elibrary.ru/author_profile.asp?id=302357

Submitted: 7th July 2023. Revised: 15th September 2023. Published online: 29th September 2023.