

Интернет-журнал «Транспортные сооружения» / Russian Journal of Transport Engineering <https://t-s.today>

2021, №2, Том 8 / 2021, N 2, Vol. 8 <https://t-s.today/issue-2-2021.html>

URL: <https://t-s.today/PDF/09SATS221.pdf>

DOI: 10.15862/09SATS221 (<https://doi.org/10.15862/09SATS221>)

Определение эпюры давления по поверхности металлической ортотропной плиты балластного корыта пролетного строения от местного действия нагрузки

Засухин И.В.

ФГБОУ ВО «Сибирский государственный университет путей сообщения», Новосибирск, Россия

Автор, ответственный за переписку: Засухин Илья Витальевич, e-mail: zasukhiniv@mail.ru

Аннотация. В статье рассматриваются вопросы взаимодействия пути и подвижного состава для определения сил, действующих на путь при проходе подвижной нагрузки, и их дальнейшее распределение через балластный слой. Целью исследования является определение эпюры вертикального давления, действующих по плите ортотропного металлического балластного корыта железнодорожного пролетного строения. Для определения доли нагрузки от подвижного состава, передающейся с рельсов на шпалы, рельс представлен балкой бесконечной длины с одной или несколькими сосредоточенными силами. Для определения напряженно-деформированного состояния шпалы она рассматривается как короткая балка на упругом основании. В статье представлены обоснования возможности применения к балластному слою формул механики сплошной среды. На основе решения задачи Буссинеска получены расчетные формулы для определения давления по плите балластного корыта. Было выполнено сравнение результатов, полученных по предложенной методике с экспериментальными данными других авторов и

результатами конечно-элементного моделирования в программном комплексе Midas FEA. При анализе были учтены особенности конструктивного исполнения плит балластного корыта и верхнего строения пути на существующих пролетных строениях. Выполнено теоретическое исследование влияния изгибной жесткости листа настила на величину ординат эпюры давления. Предложенная методика применима при различных конструкциях верхнего строения и плиты балластного корыта, а также учитывает неравномерность распределения давления на внутренний и наружный рельсы от поездной нагрузки, изменений эксцентриситета по длине конструкции, разную толщину слоя балласта под концами шпал, а также воздействие центробежной силы.

Ключевые слова: железнодорожное пролетное строение; поездная нагрузка; ортотропное балластное корыто; верхнее строение пути; балластный слой; механика сплошной среды; конечно-элементное моделирование

Pressure profile definition over the metal orthotropic deck surface of the decking superstructure ballast pocket from the local load action

Ilya V. Zasukhin

Siberian Transport University, Novosibirsk, Russia

Corresponding author: Ilya V. Zasukhin, e-mail: zasukhiniv@mail.ru

Abstract. The article discusses the interaction issue between the track and the rolling stock to determine the forces working on the track during the passage of a rolling load, and their further distribution through the ballast bed. The study aims to determine the vertical pressure profile working on the orthotropic metal ballast bed slab of the railway superstructure. To determine the load share from the rolling stock transferred from the rails to the cross-sleepers, the rail is represented as a beam of infinite length with one or several concentrated forces. To determine the cross-sleeper stress-strain state, it is considered as a short beam on a cushion course. The article presents the substantiation of the flow mechanics formulas application possibility to the ballast bed. Based on the Boussinesq problem solution, calculation formulas are obtained for determining the pressure along with the ballast bed plate. The results obtained by the proposed method were compared with other authors'

experimental data and the finite element modeling results in the Midas FEA software package. The analysis took into account the design features of the ballast bed plates and the track superstructure on the existing superstructures. A theoretical study of the influence of the sheet of the covering bending stiffness on the pressure profile nothing is carried out. The proposed method is applicable for various superstructure and the ballast bed slab, and also takes into account the uneven pressure distribution on the inner and outer rails from the trainload, changes in eccentricity along the length of the structure, different thickness of the ballast bed under the cross-sleepers ends, as well as the effect of centrifugal force.

Keywords: railway superstructure; trainload; orthotropic ballast bed; track superstructure; flow mechanics; finite element modeling

Данная статья доступна по лицензии Creative Commons “Attribution” («Атрибуция») 4.0 Всемирная

This article is available under the Creative Commons “Attribution” 4.0 Global License



Введение

Introduction

Применение металлических пролетных строений с ездой на балласте позволяет устраивать путь в кривых малого радиуса, а включение балластного корыта в совместную работу с главными балками существенно повышает несущую способность элементов пролетного строения и приводит к значительной экономии материала. Развитие таких конструкций в нашей стране началось в середине 20 века и изначально в качестве балластного корыта использовали железобетонную плиту, объединяемой с главными балками при помощи упоров. Такие пролетные строения получили название сталежелезобетонные, и в настоящее время на сети железных дорог ОАО «РЖД» их эксплуатируются около 1200. Однако из-за большой дефектности и малой долговечности железобетонной плиты их применение было ограничено. Единственной конструкцией, обладающей теми же плюсами и большей коррозионной стойкостью к внешним воздействиям окружающей среды, стали металлические пролетные строения с ортотропным балластным корытом. На сегодняшний день на сети железных дорог ОАО «РЖД» таких пролетных строений уже установлено более 650, и их число увеличивается каждый год за счет строительства новых сооружений и замены дефектных сталежелезобетонных пролетных строений.

Согласно требованиям СП при определении внутренних усилий в элементах металлического ортотропного балластного корыта необходимо учитывать как общие перемещения пролетного строения, так и местные деформации листа настила и подкрепляющих его элементов. Величина и характер воздействия временной нагрузки на ортотропную плиту от действия местного изгиба листа настила определяются взаимодействием подвижного состава и верхнего строения пути на пролетном строении. При этом для сооружений, расположенных в кривых участках пути, необходимо учитывать неравномерность распределения давления на внутренний и наружный рельсы от поездной нагрузки, изменений эксцентриситета по длине конструкции, разную толщину слоя балласта под концами шпал, а также воздействие центробежной силы.

Определение сил, действующих на рельсы, при проходе подвижной нагрузки

Determination of the forces working on the rails during the rolling load passage

Важной задачей при рассмотрении вопроса о взаимодействии пути и подвижного состава является определение сил, действующих на путь при

проходе подвижной нагрузки. В Правилах расчета пути¹ среднее значение вертикальной нагрузки колеса на рельс рассчитывают по формуле:

$$P = P_{ст} + 0,75P_p^{max}, \quad (1)$$

где $P_{ст}$ — статическая нагрузка колеса на рельс; P_p^{max} — динамическая максимальная нагрузка колеса на рельс от вертикальных колебаний рессор, определяемая по формуле:

$$P_p^{max} = k_d(P_{ст} - q), \quad (2)$$

где k_d — коэффициент динамических добавок от вертикальных колебаний надрессорного строения (называемого также коэффициентом вертикальной динамики экипажа); q — отнесенный к колесу вес неподрессоренных частей.

Значение коэффициента k_d согласно требованиям ГОСТ Р 55513-2013 «Локомотивы. Требования к прочности и динамическим качествам» не должен превышать 0,4. Некоторые значения коэффициента k_d в зависимости от типа локомотива и скорости движения приведены в методических указаниях². К сожалению, значения отнесенного к колесу веса неподрессоренных частей q и коэффициента k_d не приведены в Руководстве по пропуску подвижного состава по железнодорожным мостам³.

Вертикальное усилие, приходящееся на наружный рельс P_{p1} и внутренний рельсы P_{p2} при нахождении временной нагрузки в кривых участках, вычисляют по формуле:

$$P_{p1} = P_o \left(1 - \frac{b}{S \cos \alpha} \right); \quad (3)$$

$$P_{p2} = \frac{P_o b}{S \cos \alpha}, \quad (4)$$

где S — расстояние между осями рельсов, которое допустимо принимать 1,6 м для колеи 1520 мм; α — угол наклона шпалы; b — величина горизонтального смещения приложения осевой нагрузки относительно наружного рельса, вычисляемое по формуле:

¹ Правила производства расчетов верхнего строения железнодорожного пути на прочность. М., 1954.

² Филатов, Е.В. Расчет железнодорожного пути на прочность: метод. указания / сост. Е.В. Филатов, Д.Н. Насников. — Иркутск: ИрГУПС, 2016. — 59 с.

³ Руководство по пропуску подвижного состава по железнодорожным мостам. Утверждено распоряжением ОАО «РЖД» 16.02.2021 г. № 304р. — М.: 2021. — 497 с.

$$b = \frac{H_{пш}}{h \cos \alpha} (1 - \cos^2 \alpha) + \frac{S^2}{2h} \sin \alpha \cos \alpha, \quad (5)$$

где $H_{пш}$ — высота от головки рельса до центра тяжести подвижной нагрузки, равная 2,2 м; h — превышение наружного рельса.

Также при движении временной нагрузки в кривых участках пути возникает дополнительное перераспределение усилий на рельсы, вызываемое центробежной силой. Схема к определению перегруза наружного рельса показана на рисунке 1.

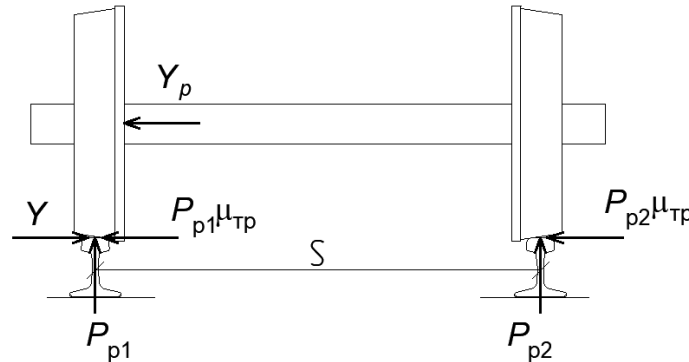


Рисунок 1. Расчетная схема к определению усилий в рельсах при нахождении нагрузки в кривой [3]

Figure 1. Design diagram for determining the forces in the rails when the load is in the curve [3]

Проекция всех сил на горизонтальную ось равна [1]:

$$Y_p = (Y - P_{p1}\mu_{тр}) - P_{p2}\mu_{тр}, \quad (6)$$

где Y_p — рамное давление; Y — направляющее усилие; $\mu_{тр}$ — коэффициент трения колеса по рельсу, который согласно [1] принимают равным 0,25; P_{p2} — усилие на внутренний рельсы, подсчитанный по формуле (4).

Величина $(Y - P_{p2}\mu_{тр}) = H_{дин}$ является боковой силой и вычисляется по формуле:

$$H_{дин} = \frac{2}{k_z l} H_{ш}, \quad (7)$$

где l — расстояние между осями шпал, равное 0,5 м при эюре шпал 2000 шт./км; $H_{ш}$ — боковое поперечное усилие передающееся рельса на шпалу; k_z — коэффициент относительной жесткости рельсового основания и рельса в боковом направлении, определяемый по формуле:

$$k_z = \sqrt[4]{\frac{E_z}{4E_p I_{pz}}}, \quad (8)$$

где E_z — погонный коэффициент упругости рельсового основания в боковом направлении, равный 22 МПа при эпюре рельсов 1840 шт./км и 24 МПа — при 2000 шт./км; I_{pz} — жесткость рельса относительно вертикальной оси, для рельса типа Р65 $E_p I_{pz} = 1,17$ МПа·м⁴.

Таким образом, при эпюре шпал 2000 шт./км и рельсах типа Р65 коэффициент относительной жесткости рельсового основания и рельса в боковом направлении $k_z = 1,5$.

Величину дополнительного усилия на наружный рельс от центробежного усилия вычисляют по формуле:

$$\Delta P = \frac{Y_p r}{S} = \frac{r}{S} \left(\frac{2}{k_z l} H_{ш} - \frac{P_o b}{S \cos \alpha} \mu_{тр} \right), \quad (9)$$

где r — радиус колеса; S — расстояние между осями рельсов, равное 1,6 м для нормальной колеи 1520 мм.

Боковое поперечное усилие $H_{ш}$, передающееся с рельса на шпалу, в общем случае определяется экспериментальным путем. В своей работе [2] А.М. Бржезовский привел подробный обзор методов экспериментального определения боковых сил взаимодействия колеса железнодорожного экипажа и головки рельса. Некоторые эмпирические значений $H_{ш}$ приведены в исследованиях М.Ф. Вериги, Е.М. Бромберга [3; 4].

В общем случае центробежная сила разгружает внутренний рельс. Таким образом, при расчете усилий, приходящихся на каждый из рельсов в кривом участке пути необходимо проверять 2 случая: при статическом положении нагрузки и при ее движении. Значение нормативного усилия, приходящегося на внутренний и наружный рельсы, определяют по формулам:

- при статическом положении нагрузки в кривой:

$$\begin{cases} P_{p1} = P_o \left(1 - \frac{b}{S \cos \alpha} \right); \\ P_{p2} = \frac{P_o b}{S \cos \alpha} \end{cases}, \quad (10)$$

- при движении нагрузки в кривой:

$$\begin{cases} P_{p1} = P_o \left(1 - \frac{b}{S \cos \alpha} \right) + \Delta P \\ P_{p2} = \frac{P_o b}{S \cos \alpha} - \Delta P \end{cases}. \quad (11)$$

Определение давления под постелью шпалы при проходе подвижной нагрузки

Determination of pressure under the sleeper bed during the passage of a moving load

Зависимость давления под постелью шпалы от параметров верхнего строения пути изучали М.Ф. Вериго [3], А.Н. Яшнов [5], М.А. Чернышев [1], Г.М. Шахуянц [6]. Согласно [6] давление на нижней постели шпалы составляет:

$$p = Cy, \quad (12)$$

где C — коэффициент постели шпал; y — упругая просадка шпалы.

Жесткость контакта шпала-балласт может характеризоваться коэффициентом постели, который зависит от погонного коэффициента упругости подшпального основания [6]:

$$C = E_{\text{по}} \frac{2 \cdot l}{\alpha \cdot a \cdot b}, \quad (13)$$

где $E_{\text{по}}$ — погонный коэффициент упругости подшпального основания; l — расстояние между осями шпал, равное 0,5 м при эпюре шпал 2000 шт./км; a , b — длина и ширина шпалы; α — коэффициентом изгиба шпал, определяемый по формуле:

$$\alpha = \frac{y_{\text{ср}}}{y_{\text{р}}}, \quad (14)$$

где $y_{\text{ср}}$ — средней величины упругой просадки по подошве шпалы; $y_{\text{р}}$ — величина упругой просадки в подрельсовом сечении.

Погонный коэффициент упругости подшпального основания определяют следующим образом [6]:

$$E_{\text{по}} = \frac{q}{y}, \quad (15)$$

где q — погонный упругий отпор; y — общая величина упругой осадки рельса.

Осадка за счет деформаций железобетонных шпал и креплений оставляет 5–25 % от общей осадки рельса, осадка за счет деформаций балластного слоя 75–95 % [6]. По известным значениям $E_{\text{по}}$ модуль упругости балластного слоя $E_{\text{б}}$, находится в интервале 50...400 МПа [5].

Для определения доли нагрузки, приходящиеся на соседние шпалы, Г.М. Шахуянцом [6] на основе теории балок на упругом основании было получено уравнение упругого прогиба рельса в любой точке по его длине:

$$y(x) = \frac{k}{2E_{по}} \cdot \sum P_{pi} \eta_i ; \tag{16}$$

$$\eta = \frac{1}{e^{|kx|}} (\cos kx + \sin |kx|), \tag{17}$$

где P_{pi} — нагрузка от оси подвижного состава, приходящаяся на один рельс; k — коэффициент относительной жесткости рельсового основания и рельса:

$$k = \sqrt[4]{\frac{E_{по}}{4 \cdot E_p I_{py}}}, \tag{18}$$

где $E_p I_{py}$ — жесткость рельса относительно горизонтальной оси, для рельса типа Р65 $E_p I_{py} = 7,3088 \text{ МПа} \cdot \text{м}^4$.

Рельс рассматривают как балку бесконечной длины с одной или несколькими сосредоточенными силами. Так как распределение давления по балласту происходит через шпалы, то начало координат при построении графика функции η принимают по продольной оси шпалы. В общем случае функция η является линией влияния вертикального прогиба балки бесконечной длины на упругом основании. Из уравнения (17) видно, что в точках $x = \frac{3\pi}{4k}$ и далее с периодом π функция $\eta = 0$. Вид графика функции η показан на рисунке 2.

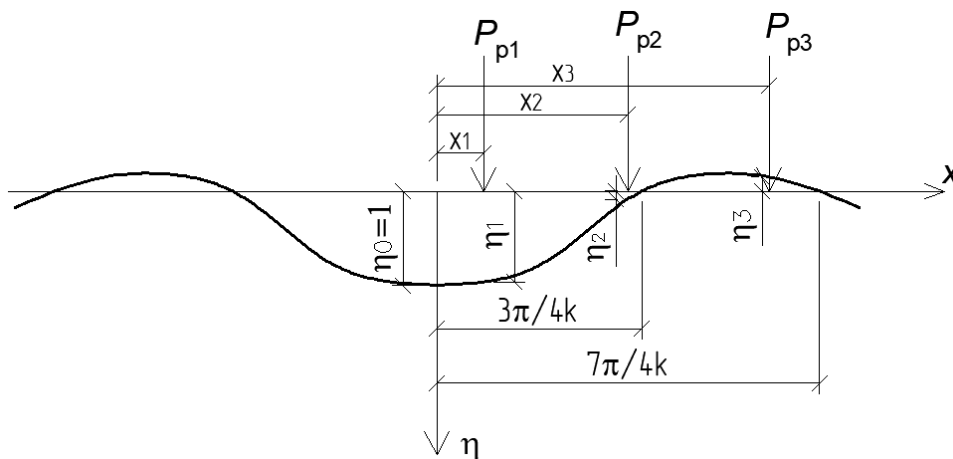


Рисунок 2. График функции η для рассматриваемой шпалы [3]

Figure 2. Function graph η for the considered cross-sleeper [3]

По графику функции η , показанному на рисунке 2, видно, что суммарный прогиб в подрельсовом сечении рассматриваемой шпалы от действия двух осей может оказаться выше, чем при действии трех осей, если третья ось попадает в зону отрицательных значений функции η . Таким

образом, на прогиб, и, как следствие, на вертикальное давление по подошве рассматриваемой шпалы, большое влияние имеет не только значение осевой нагрузки, но и расстояние между соседними осями подвижного состава. Максимальная ордината функции η на первом отрицательном участке, где $x \in \left(\frac{3\pi}{4k}; \frac{7\pi}{4k}\right)$, для пути на рельсах Р65 и погонного коэффициента упругости подшпального основания до 400 МПа составляет не более 5 % от максимальной ординаты на положительном участке. Следовательно, при расчете вертикального перемещения шпалы допустимо в запас прочности рассматривать только первый положительный участок функции η .

Для расчета изгиба шпалы как короткой балки на упругом основании с помощью метода начальных параметров, шпалу необходимо разбить на участки, которые имеют границы в местах изменения жесткости или в местах приложения внешней силы. Для деревянных шпал достаточно выделять 2 участка длиной a_1 и a_2 (граница которых проходит по оси рельса, то есть в точке приложения нагрузки), так как жесткость по длине шпалы не меняется. Железобетонные шпалы имеют переменное поперечное сечение практически по всей длине, что существенно увеличивает количество выделяемых участков. В настоящее время наиболее распространенной железобетонной шпалой, применяемой на мостовых сооружениях при устройстве на них охранных приспособлений, является шпала Ш 1-М, схема которой изображена на рисунке 3.

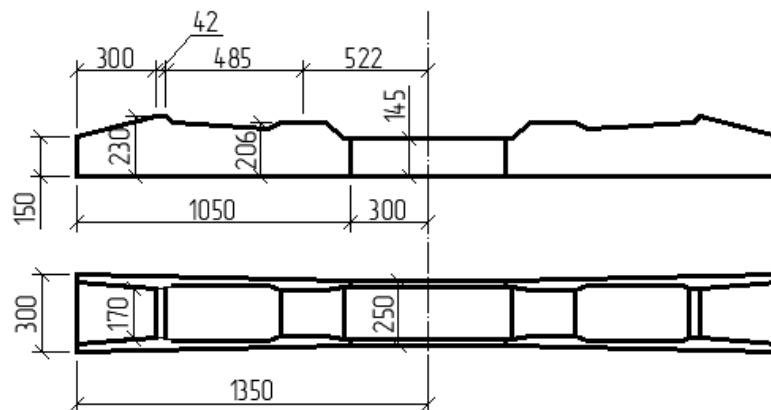


Рисунок 3. Схема шпалы Ш1-М с дополнительными каналами для постановки закладных болтов крепления охранных приспособлений (составлено автором)

Figure 3. Cross-sleeper “Ш1-М” scheme with additional channels for setting insert bolt for mountings security devices (compiled by the author)

При расчете методом начальных параметров установлено, что для такой шпалы достаточно рассматривать 3 участка (длиной a_1 , a_2 , и a_3) так как погрешность результатов при таком допущении не превышает 5 % по сравнению с точным расчетом. Схема разбивки шпал показана на рисунке 4.

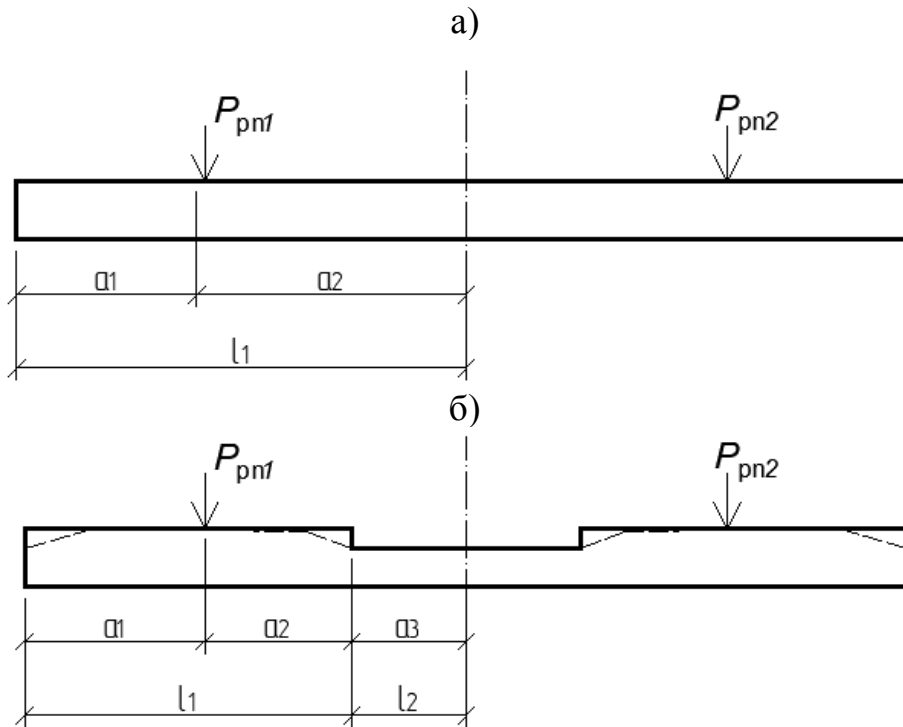


Рисунок 4. Расчетная схема шпал как короткой балки на упругом основании: а) деревянная шпала; б) железобетонная шпала [3]

Figure 4. Cross-sleeper design diagram as a short beam on a cushion course: a) wooden sleeper; b) reinforced concrete sleeper [3]

В общем случае рассмотрим железобетонную шпалу, состоящую из 3-х участков. Функция прогибов, углов поворота и внутренних усилий для I-го, II-го и III-го участков имеют вид:

- при $x = 0 \dots a_1$:

$$\begin{cases} y_I(x) = y_0 A_x(mx) + \frac{\varphi_0}{m} B_x(mx); \\ \varphi_I(x) = -4y_0 m D_x(mx) + \varphi_0 A_x(mx); \\ M_I(x) = 4E_{uw} I_{uw} m [y_0 m C_x(mx) + \varphi_0 D_x(mx)]; \\ Q_I(x) = 4E_{uw} I_{uw} m^2 [y_0 m B_x(mx) + \varphi_0 C_x(mx)]. \end{cases} \quad (19)$$

- при $x = a_1 \dots l_1$:

$$\begin{cases} y_{II}(x) = y_I(mx) + \frac{P_{c(кc)}}{E_{uw} I_{uw} m^3} D_x[m(x-a)]; \\ \varphi_{II}(x) = \varphi_I(mx) + \frac{P_{c(кc)}}{E_{uw} I_{uw} m^2} C_x[m(x-a)]; \\ M_{II}(x) = M_I(mx) - \frac{P_{c(кc)}}{m} B_x[m(x-a)]; \\ Q_{II}(x) = Q_I(mx) - P_{c(кc)} A_x[m(x-a)]. \end{cases} \quad (20)$$

• при $x = l_1 \dots l_2$:

$$\left\{ \begin{array}{l} y_{III}(x) = -\frac{1}{E_{II}I_{II2}m_2^2} C_x [m_2(x-l_1)] M_{II}(ml_1) - \frac{1}{E_{II}I_{II2}m_2^3} Q_{II}(ml_1) \cdot \\ \cdot D_x [m_2(x-l_1)] + y_{II}(ml_1) A_x [m_2(x-l_1)] + \varphi_{II}(ml_1) \frac{B_x [m_2(x-l_1)]}{m_2}; \\ \varphi_{III}(x) = -\frac{1}{E_{II}I_{II2}m_2} B_x [m_2(x-l_1)] M_{II}(ml_1) - \frac{1}{E_{II}I_{II2}m_2^2} Q_{II}(ml_1) \cdot \\ \cdot C_x [m_2(x-l_1)] - m_2 y_{II}(ml_1) D_x [m_2(x-l_1)] + \varphi_{II}(ml_1) A_x [m_2(x-l_1)]; \\ M_{III}(x) = M_{II}(ml_1) A_x [m_2(x-l_1)] + Q_{II}(ml_1) B_x [m_2(x-l_1)] + \\ + 4E_{II}I_{II2}m_2^2 y_{II}(ml_1) C_x [m_2(x-l_1)] + 4E_{II}I_{II2}m_2 \varphi_{II}(ml_1) D_x [m_2(x-l_1)]; \\ Q_{III}(x) = -4m_2 M_{II}(ml_1) D_x [m_2(x-l_1)] + Q_{II}(ml_1) A_x [m_2(x-l_1)] + \\ + 4E_{II}I_{II2}m_2^3 y_{II}(ml_1) B_x [m_2(x-l_1)] + 4E_{II}I_{II2}m_2^2 \varphi_{II}(ml_1) C_x [m_2(x-l_1)]. \end{array} \right. \quad (21)$$

Коэффициент относительной жесткости шпального основания и шпалы вычисляют по формулам:

$$m = \sqrt[4]{\frac{b_{ш} C}{4 \cdot E_{II} I_{II}}} ; \quad (22)$$

$$m_2 = \sqrt[4]{\frac{b_{ш2} C_2}{4 \cdot E_{II} I_{II2}}} , \quad (23)$$

где $b_{ш}$ и $b_{ш2}$ — ширина подошвы шпалы вдоль оси пути соответственно на I (II) и на III участке; C_1 и C_2 — коэффициент постели шпалы соответственно на I (II) и на III участке; $E_{II}I_{II}$ и $E_{II}I_{II2}$ — жесткость шпалы соответственно на I (II) и на III участке.

Гиперболо-тригонометрические функции Крылова имеют вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} D_x(mx) = \frac{1}{4m^3} (\sin(mx) \cdot \operatorname{ch}(mx) - \cos(mx) \cdot \operatorname{sh}(mx)); \\ C_x(mx) = D_x'(mx); \\ B_x(mx) = D_x''(mx); \\ A_x(mx) = D_x'''(mx). \end{array} \right. \quad (24)$$

Для деревянных шпал, имеющих постоянное сечение по длине, функции прогибов, углов поворота и внутренних усилий представлены только формулами (19) и (20).

При движении поезда в прямом участке пути, когда превышение одного рельса над другим равно 0, усилие от подвижного состава на каждый из рельсов распределяется равномерно. При симметричном характере нагружения угол поворота шпалы и поперечная сила в среднем сечении шпалы равны 0. Следовательно, $\varphi\left(\frac{a_{ш}}{2}\right) = 0$, $Q\left(\frac{a_{ш}}{2}\right) = 0$.

При движении поезда в кривом участке пути усилие от подвижного состава на каждый из рельсов распределяется неравномерно. Для удобства расчета рассматривают две схемы: симметричную и кососимметричную. Результирующие усилия в шпале определяют путем суммирования значений прогибов, углов поворотов, поперечной силы и изгибающего момента в соответствующих сечениях, полученных соответственно при симметричной и кососимметричной расчетной схемах. При кососимметричном характере нагружения изгибающий момент и перемещение среднего сечения шпалы равны 0. Следовательно, $y\left(\frac{a_{ш}}{2}\right) = 0$, $M\left(\frac{a_{ш}}{2}\right) = 0$.

Нагрузки, приходящаяся на каждый из рельсов P_c при симметричной и P_{kc} при кососимметричной расчетной схеме, вычисляют по формулам:

$$P_c = \frac{P_{pn1} + P_{pn2}}{2}; \quad (25)$$

$$P_{kc} = \frac{P_{pn1} - P_{pn2}}{2}, \quad (26)$$

Решая системы уравнений (19)–(21) определяют значения y_0 и φ_0 , что позволяет получить значения вертикального перемещения шпалы и, как следствие, вертикальное давление под нижней постелью шпалы в любой точке по ее длине.

Построение эпюры вертикального давления по поверхности плиты балластного корыта

Construction vertical pressure profile over the ballast bed slab surface

Определить значение давления в балластном слое с учетом неравномерности его передачи через шпалы как вдоль оси пути, так и поперек, возможно с помощью решения задачи Буссинеска при действии сосредоточенной силы. Возможность применения для балласта понятия «однородного грунта» было доказано С.Н. Поповым [7] по результатам

многочисленных экспериментов. Кроме того, угол передачи давления в щебне фракции 25–60 мм, что соответствует ГОСТ 7392-2014, составляет 45° – 50° , что позволяет применять при расчете давления в балласте формулы механики сплошной среды и, как следствие, метод конечных элементов.

Для построения эпюры вертикального давления в любой точке балластного слоя необходимо разбить площадь нижней постели шпалы на ряд достаточно малых площадок. При этом нагрузка, действующая на каждую из площадок, принимается за сосредоточенную силу, приложенную в центре площадки. На основе задачи Буссинеска и принципа суперпозиции напряжение в точке k с координатами (x_k, y_k, z_k) от действия напряжения в i -ой площадке с координатами ее центра (x_i, y_i, z_i) можно вычислить по формуле:

$$\sigma_{zk} = \frac{3(z_k - z_i)^3}{2\pi} \sum \frac{P_i}{\left((z_k - z_i)^2 + (x_k - x_i)^2 + (y_k - y_i)^2 \right)^{5/2}}; \quad (27)$$

$$P_i = \sigma_{\text{ши}i} \cdot db_{\text{ши}i} \cdot da_{\text{ши}i}, \quad (28)$$

где $db_{\text{ши}i}$ и $da_{\text{ши}i}$ — ширина и длина i -ой площадки нижней постели шпалы, $\sigma_{\text{ши}i}$ — давление на i -ой площадке нижней постели шпалы.

Так как в общем случае эпюра давления распределяется под углом 45° , то если координата x_k или y_k точки больше, чем z_k , то сила P_i не оказывает влияния на данную точку. Это условие позволяет существенно уменьшить количество циклов суммирования σ_{zk} для каждой точки балластного слоя на глубине z .

Значение ширины и длины $db_{\text{ши}i}$ и $da_{\text{ши}i}$ i -ой площадки нижней постели шпалы были подобраны следующим образом:

1. Рассматривали фрагмент балластного корыта длиной 5 м и шириной 4 м (для размещения 10 шпал). Для всех случаев рассматривались значения модуля упругости балласта в диапазоне 50–480 МПа, эпюра раскладки шпал — 2000 шт./км, рельсы типа Р65.
2. Шпалу представляли в виде сетки с грубым шагом разбивки ($d_{\text{ш}b} = b_{\text{ш}}$ и $da_{\text{ш}} = a_{\text{ш}}$).
3. Для каждого узла сетки каждой шпалы получали эпюру давления во всех точках по длине n -ой шпалы (деревянной и железобетонной) от действия одной осевой нагрузки $P = 25$ тс/ось, приложенной над центральной шпалой, путем решения систем уравнений (19)–(21).

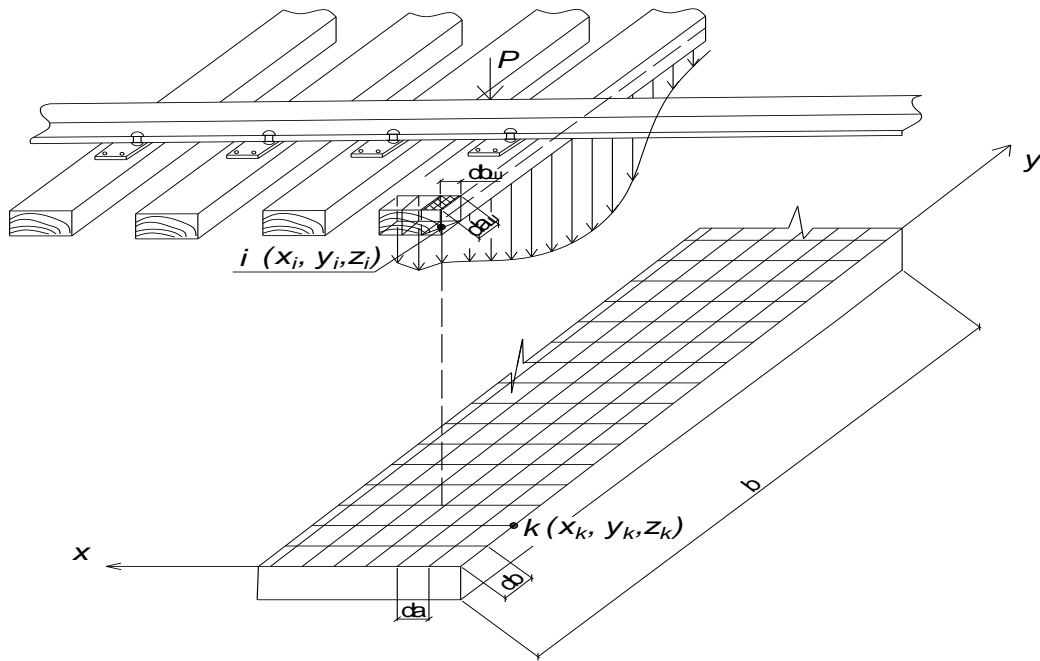
4. Уменьшали шаг разбивки в два раза и повторяли п. 3.
5. Если значения площади (объема) эпюры вертикального давления, а также максимальные и минимальные ее ординаты в любой точке нижней постели шпалы отличались от значения данных параметров, рассчитанных по более грубой сетке, более чем на 5 %, то повторяли п. 3–5.

По результатам итерационных расчетов было установлено, что $db_{ши} = b/3$, $da_{ши} = 5$ см.

Аналогичным образом была подобрана секта плиты балластного корыта. В качестве исходной сетки приняты размеры 1x1 м, а в качестве сравниваемых параметров — значения площади (объема) эпюры вертикального давления, а также максимальные и минимальные ее ординаты в любой точке балластного слоя. Точность измерений также составляла 5 %. По результатам итерационных расчетов было установлено, что шаг сетки плиты вдоль оси пути da должен составлять не менее 10 см вдоль, шаг поперек оси пути db — не менее 5 см. Расчетная схема построения пространственной эпюры вертикального давления в любой точке верхней постели плиты балластного корыта изображена на рисунке 5.

Таким образом, в качестве исходных данных для построения пространственной эпюры давления служат изгибная жесткость рельсов, конструкция и эпюра раскладки шпал, модуль упругости балласта, высота балласта, эксцентриситет пути, значения осевых нагрузок и расстояний между ними, размеры балластного корыта пролетного строения или его фрагмента.

В качестве пример рассмотрим фрагмент балластного корыта шириной 4 м и длиной 8 м. Эпюра шпал составляет 2000 шт./км. Таким образом, на фрагменте балластного корыта размещается 10 шпал с расстоянием между осями 0,5 м. Рельсошпальная решетка представлена железобетонными шпалами и рельсами типа Р65. Высота балласта — 50 см, погонный коэффициент упругости подшпального основания — 150 МПа. Эксцентриситет пути постоянный и составляет 5 см. Коэффициент изгиба шпал принят по экспериментальным данным А.Н. Яшнова [5]. В качестве временной нагрузки принята одна ось весом 25 тс, расположенная на расстоянии 2,5 м от начала фрагмента балластного корыта. Пространственные эпюры вертикального давления по верхней плоскости плиты балластного корыта построены в программе АРГО МБ и показана на рисунке 6.



b — размер балластного корыта поперек оси пути (расстояние между внутренними гранями продольных бортов)

b is the size of the ballast bed across the track centerline (the distance between the inner edges of the longitudinal sides)

Рисунок 5. Схема построения пространственной эпюры вертикального давления в любой точке верхней постели плиты балластного корыта (составлено автором)

Figure 5. Scheme for constructing a spatial vertical pressure profile at any point of the upper ballast bed slab (compiled by the author)

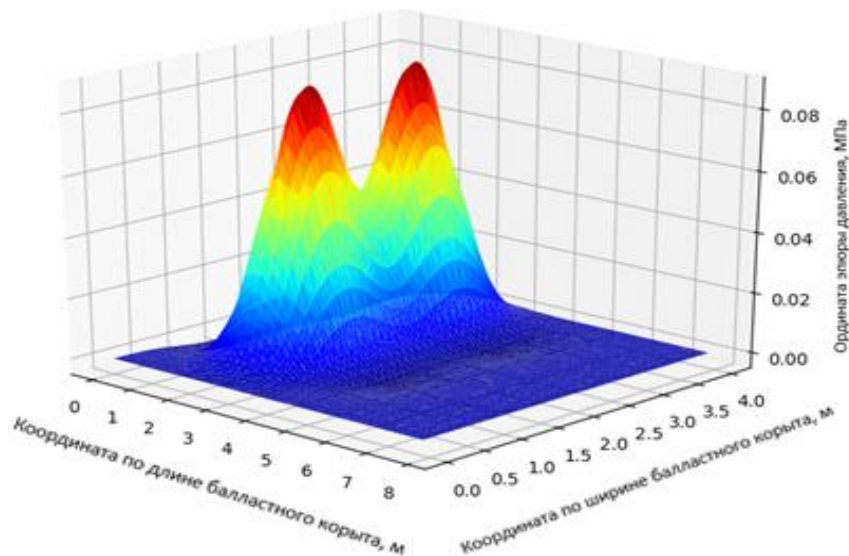


Рисунок 6. Пространственная эпюра вертикального давления по плите балластного корыта (составлено автором)

Figure 6. Spatial vertical pressure profile along with the ballast bed slab (compiled by the author)

Традиционно при расчете несущих элементов конструкций пролетного строения величины внутренних усилий в них находят путем загрузки поверхностей или линий влияния соответствующих усилий. Аналогичным способом возможно определение усилий и в плите балластного корыта или ее отдельных элементов. В первую очередь необходимо определить схему расположения подвижной нагрузки, представленной вертикальными сосредоточенными силами, на поверхности влияния искомого усилий, при котором создается максимальное воздействие. Затем, получив значения давления под каждой шпалой от всех осевых нагрузок, располагаемых на фрагменте балластного корыта и сведя их к сосредоточенным силам, необходимо рассчитать значение давления в каждой точке сетки плиты балластного корыта и умножить на соответствующий объем поверхности влияния искомого внутреннего усилия в расчетном сечении.

Численное моделирование совместной работы верхнего строения пути и плиты балластного корыта

Numerical modeling of the track superstructure and the ballast bed slab joint operation

Моделирование балластного слоя возможно с помощью упругих связей (элемент типа «*spring*»), соединяющих шпалы и жесткое основание. Рельс задается как протяженная балка Тимошенко, испытывающая деформации сдвига. При использовании данной модели *H. Feng* в своей работе⁴ рекомендует задавать жесткость связей в продольном направлении оси пути 250 МН/м, в поперечном направлении оси пути — 140 МН/м. Жесткость связей на сжатие при этом должна составлять 110 МН/м. Такой подход к моделированию не позволяет детально оценить распределение усилий в земляном полотне и используется, в основном, для оценки динамических параметров верхнего строения пути [8]. Большинство исследователей при изучении распределений усилий в балластном слое для составления конечно-элементной модели используют объемные 8-ми узловые элементы типа «*solid*» как для балласта, так и для рельсов, шпал и основания [5; 9; 10]⁵.

Достоверность результатов, полученных при конечно-элементном моделировании, сильно зависит от значения деформативных характеристик материалов, такие как модуль упругости и коэффициент Пуассона.

⁴ Feng, H. 3-D models of Railway Track for Dynamic Analysis. Master Degree Project. Available at: <http://kth.diva-portal.org/smash/get/diva2:467217/FULLTEXT01.pdf> Stockholm, 2011. (дата обращения 10.04.2021).

⁵ Liu, Shushu, "KENTRACK 4.0: A RAILWAY TRACKBED STRUCTURAL DESIGN PROGRAM" (2013). *Theses and Dissertations--Civil Engineering*. 16. Available at: https://uknowledge.uky.edu/ce_etds/16.

Деформативные характеристики объемных конечных элементов, используемых при моделировании балластного слоя в различных работах, показаны в таблице 1. Значения, принятые С.В. Ефимовым [11], А.Н. Яшновым [5], *W. De Corte* и *Ph. Van Bagaert* [10] были подобраны путем верификации конечно-элементной модели с результатами лабораторных и натурных экспериментов.

Таблица 1 / Table 1
Деформативные характеристики балласта
Ballast stress-strain properties

Авторы исследований Study authors	Модуль упругости, МПа Elastic module, MPa	Коэффициент Пуассона Poisson's ratio
С.В. Ефимов [11]	90	0,33
А.Н. Яшнов [5]	50–400	0,2–0,3
<i>C. Bonifacio, D. Ribeiro, R. Calcada, R. Delgado</i> [9]	145	0,3
<i>W. De Corte, Ph. Van Bagaert</i> [10]	200	0,33
<i>H. Feng</i> ⁴	80–250	0,2–0,3
<i>Jou-Yi Shih, D. Thompson, A. Zervos</i> [12]	480	0,2–0,3
<i>O. Mirza, S. Kaewunruen</i> [13]	120	0,33
<i>A.S.J. Suiker</i> [14]	200	0,3
<i>L.S. Sowmiya, J.T. Shahu, K.K. Gupta</i> [15]	130	0,33

Составлено автором / Compiled by the author

Большой разброс значений в работах разных исследователей связан с тем, что модуль упругости балласта изменяется в зависимости от его плотности [14]. Когда балласт только уложен, имеется большое свободное пространство между частицами щебня и соответственно балластный слой имеет низкий модуль упругости около 50–80 МПа⁴. При многократно повторяющихся нагрузках балласт хорошо уплотняется и его модуль упругости возрастает до 480 МПа [5; 12]. Однако из-за дальнейших циклических загрузок крупные частицы измельчаются в мелкие и округляются, в результате чего модуль упругости балласта снова снижается. Еще одним фактором, существенно увеличивающим модуль упругости балласта, является смерзание балласта при отрицательной температуре воздуха, когда вода в пространстве между частицами балласта замерзает и весь слой работает как сплошное жесткое тело. Исследования по определению деформативных характеристик балласта в замершем состоянии отсутствуют в открытом доступе или не были проведены. Необходимо отметить, что в работах [8–10; 12; 13–15] не указано при каких деформативных характеристиках балластного слоя давление на плиту балластного корыта будет максимальным.

Для сравнение экспериментальных эпюр напряжения в балласте, полученные А.Н. Яшновым [5] и аналитического решения, полученные по формулам (19)–(28), были составлены конечно-элементные модели из объемных элементов со средним размером ребра 25 мм у рельсошпальной решетки, 50 мм у балластного слоя и 100 мм у фрагмента железобетонного

корыта. В моделях использованы деревянные (тип IA) и железобетонные (тип Ш1-М) шпалы, расстояние между осями которых принято равным 50 см (нормативная величина при устройстве пути на мостах). Граничные условия при моделировании были заданы следующие: на нижней поверхности модели поставлена заделка и реализовано ограничение перемещение балласта по оси X (вдоль оси пути). Объединение шпал с балластом и балласта с железобетонным корытом пролетного строения осуществлено с помощью упругих связей, позволяющей балласту «скользить» по дну корыта, а шпалам «отлипнуть» от поверхности балласта. Трение между балластом и корытом, шпалой и балласта получены в работе [13]. Рельсы и шпалы объединены по смежным узлам в области подкладок упругими связями, жесткость которых позволяет смещаться рельсу относительно шпал. Продольная жесткость связей «рельс-шпала» при железобетонных шпалах принята по данным экспериментальных исследований [16] креплений КБ при нормативном уровне закрутки болтов. Для костыльного скрепления данные исследование не проводили, поэтому продольная жесткость связей «рельс-шпала» принята аналогична скреплениям типа КБ, но при крутящем моменте натяжения болтов, равном 50 НМ. Жесткостные характеристики упругих связей показаны в таблице 2.

Таблица 2 / Table 2
Жесткостные характеристики упругих связей

Elastic constraint stiffness properties

Тип связи Constraint type	Вертикальная жесткость S_z , кН/мм Vertical stiffness S_z , kN/mm	Продольная жесткость (вдоль оси пути) жесткость S_x , кН/мм Longitudinal stiffness (along the track axis) stiffness S_x , kN/mm	Поперечная жесткость (поперек оси пути) жесткость S_x , кН/мм Lateral stiffness (across the track axis) stiffness S_x , kN/mm
«балласт-плита» "Ballast-slab"	∞	7000	∞
«балласт-шпала» "Ballast-sleeper"	∞ — при сжатии, 0 — при растяжении ∞ — when compressed, 0 — when stretched	8000	∞
«рельс-железобетонная шпала» "Rail-reinforced concrete sleeper"	∞	8900	∞
«рельс-деревянная шпала» "Rail-wooden sleeper"	∞	7300	∞

Составлено автором / Compiled by the author

Определение напряженно-деформированного состояния элементов верхнего строения пути и плиты балластного корыта от воздействия испытательной нагрузки выполнено с помощью программного комплекса *Midas FEA*. При построении модели пролетное строение задано в виде трехмерной модели с использованием объемных четырехузловых тетраэдрических конечных элементов. Временная нагрузка в виде одиночной оси смоделирована вертикальными (направленными вдоль оси Z) сосредоточенными силами, приложенными к головке рельсов над

средней шпалой. Нагрузка была задана на каждый рельс типа Р65 двумя сосредоточенными силами величиной 12,5 тс, расположенными по оси центральной шпалы. Рельсы, шпалы и балласт объединены между собой упругими связями, жесткость которых представлена в таблице 2. Для анализа влияния деформаций основания на распределение давления в балластном слое плита балластного корыта выполнена в двух вариантах — железобетонное, выполненное по опалубочным чертежам типового проекта железнодорожного сталежелезобетонного пролетного строения инв. № 739, и металлическое ортотропное, выполненное по чертежам типового проекта железнодорожного металлического пролетного строения 510 РЧ. Также было изучено влияние эксцентриситета пути и возвышения наружного рельса. Так как балласт не работает на растяжение, то выполнен нелинейный расчет, выключаящий из работы элементы балласта, в которых возникают деформации растяжения. Характер работы остальных материалов упругий. Используемые при расчете деформативные характеристики материалов приведены в таблице 3.

Таблица 3 / Table 3
Характеристики материалов, используемые в КЭ-модели

Materials characteristics used in the FE model

	Рельс Rail	Железобетонная шпала Reinforced concrete sleeper	Деревянная шпала Wooden sleeper	Корыто Bed	Балласт Ballast
Модуль упругости, МПа Elastic module, MPa	206000	30000	10000	∞ /30000 /206000	50...480
Коэффициент Пуассона Poisson's ratio	0,30	0,25	0,05	0,25/0,30	0,30
Модель деформирования материала Material model	Линейная Linear				Мора-Кулона Mohr-Coulomb

Составлено автором / Compiled by the author

Описание конечно-элементных моделей представлено в таблице 4, пример отдельной моделей изображен на рисунке 7.

Таблица 4 / Table 4

Типы КЭ моделей

FE models types

Рельсошпальная решетка Rodding	Тип балластного корыта Ballast bed type	Модуль упругости балластного корыта, МПа Ballast bed elastic module, MPa	Эксцентриситет пути, см The path eccentricity, cm	Возвышение наружного рельса, см Vertical setting of rail, cm	Модуль упругости балласта, МПа Ballast elastic modulus, MPa
Деревянная шпала типа IA + рельсы Р65 Wooden sleeper type IA + rails P65	Металлическое ортотропное Metal orthotropic	∞ / 30000	0 / 20 / 40	0 / 15 / 25	50 / 100 / 200 / 300 / 400 / 480
	Железобетонное Reinforced concrete	∞ / 30000	0 / 20 / 40	0 / 15 / 25	50 / 100 / 200 / 300 / 400 / 480

Рельсошпальная решетка Rodding	Тип балластного корыта Ballast bed type	Модуль упругости балластного корыта, МПа Ballast bed elastic module, MPa	Эксцентриситет пути, см The path eccentricity, cm	Возвышение наружного рельса, см Vertical setting of rail, cm	Модуль упругости балласта, МПа Ballast elastic modulus, MPa
Железобетонная шпала типа Ш1-М + рельсы Р65 Reinforced concrete sleeper type "Ш1-М" + rails Р65	Металлическое ортотропное Metal orthotropic	$\infty / 206000$	0 / 20 / 40	0 / 15 / 25	50 / 100 / 200 / 300 / 400 / 480
	Железобетонное Reinforced concrete	$\infty / 206000$	0 / 20 / 40	0 / 15 / 25	50 / 100 / 200 / 300 / 400 / 480

Составлено автором / Compiled by the author

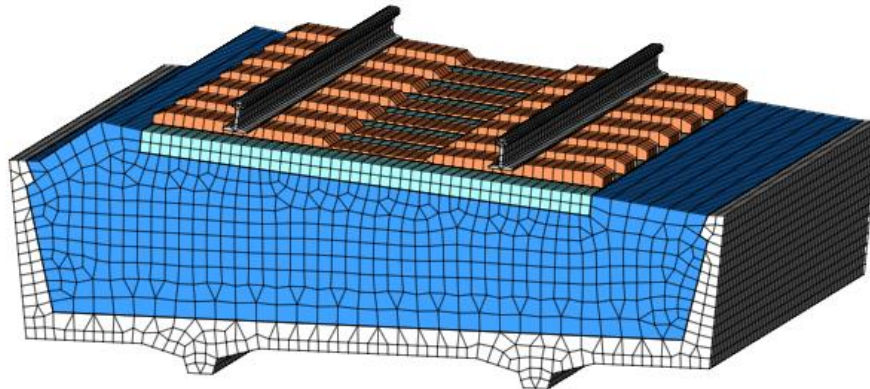


Рисунок 7. Конечно-элементная модель железобетонного балластного корыта, путь на железобетонных шпалах, эксцентриситет пути отсутствует, возвышение наружного рельса — 15 см (составлено автором)

Figure 7. Reinforced concrete ballast bed finite element model, track on reinforced concrete cross-sleepers, no track eccentricity, the outer rail elevation — 15 cm (compiled by the author)

Зная прогиб рельса от действия некоторой нагрузки с учетом формул (13) и (17) погонный коэффициент упругости подшпального основания можно определить по формуле:

$$E_{\text{по}} = \frac{k \sum P_{pi} \eta_i}{2 \cdot y_p} = \sqrt[4]{\frac{E_{\text{по}}}{4 \cdot E_p I_p}} \cdot \frac{\sum P_{pi} \eta_i}{2 \cdot y_p}; \quad (29)$$

$$E_{\text{по}} = \sqrt[3]{\frac{1}{64 E_p I_p} \left(\frac{\sum P_{pi} \eta_i}{y_p} \right)^4}. \quad (30)$$

В таблице 5 показаны результаты вычисления погонного коэффициента упругости подшпального основания по данным упругой просадки подрельсового сечения, полученного методом конечных элементов. Также для каждого вида шпал по результатам конечно-элементного расчета был получен коэффициент продольного изгиба. Сравнение значений коэффициента продольного изгиба представлены в таблице 6.

В качестве плиты балластного корыта при этом было задано абсолютно жесткое тело. В качестве внешнего усилия принята одна ось с нагрузкой на рельс $P_p = 12,5$ тс.

Таблица 5 / Table 5

**Значения погонного коэффициент упругости
подшпального основания для абсолютно жесткого балластного корыта**

Lineal elastic ratio values of the cross-sleeper base for a completely rigid ballast bed

Рельсошпальная решетка Rodding	Модуль упругости балласта E_b , МПа Ballast elastic module E_b , МПа	Упругая просадка подрельсового сечения по результатам КЭ модели u_r , мм An elastic pocket of the under-rail section according to the FE model results u_r , mm	Погонный коэффициент упругости подшпального основания $E_{по}$, МПа Cross-sleepers base lineal elastic ratio E_{po} , МПа	$E_{по}/E_b$ E_{po}/E_b
Деревянная шпала типа IA + рельсы P65 Wooden sleeper type IA + rails P65	50	0,965	85	1,68
	200	0,427	251	1,26
	480	0,254	501	1,04
Железобетонная шпала типа Ш1-М + рельсы P65 Reinforced concrete sleeper type "Ш1-М" + rails P65	50	0,708	128	2,55
	200	0,288	423	2,11
	480	0,171	850	1,77

Составлено автором / Compiled by the author

Таблица 6 / Table 6

**Коэффициент продольного изгиба шпал
Cross-sleepers buckling coefficient**

Рельсошпальная решетка Rodding	Модуль упругости балласта E_b , МПа Ballast elastic module E_b , МПа	По результатам КЭ расчета Based on the FE calculation results	По расчетам А.Н. Яшнова Based on the A.N. Yashnov calculations	По расчетам Г.М. Шахуянца Based on the G.M. Shakhuyants calculations
Деревянная шпала типа IA + рельсы P65 Wooden sleeper type IA + rails P65	50	0,76	0,72	0,80
	200	0,57	0,69	0,68
	480	0,47	0,63	0,44
Железобетонная шпала типа Ш1-М + рельсы P65 Reinforced concrete sleeper type "Ш1-М" + rails P65	50	0,91	1,00	1,03
	200	0,84	0,92	0,94
	480	0,75	0,78	0,78

Составлено автором / Compiled by the author

Как видно из таблицы 6, коэффициент продольного изгиба шпалы, полученной по результатам конечно-элементного моделирования имеет хорошую сходимость с данными, полученными А.Н. Яшновым [5] и Г.М. Шахуянцем [6]. Имеющиеся расхождения с [6] объясняются возможностью отрыва шпалы от балласта в численной модели, а также большей жесткостью подшпального основания на мостах, чем на земляном полотне. Различия с [5] объясняются более детализированной моделью, учитывающей реальную работу рельсошпальной решетки на пролетном строении, а также влияние прогиба плиты.

Для оценки возможности использования решения задачи Буссинеска при определении давления в любой точке балластного слоя, было выполнено сравнение результатов, полученных по формулам (27) и (28) с экспериментальными данными, выполненными А.Н. Яшновым [5], а также результатами численного моделирования. Все результаты ниже получены для железобетонного балластного корыта.

Как видно из графиков, изображенных на рисунках 8 и 9, методика расчета вертикального давления по плите балластного корыта по формулам, приведенным в настоящей статье, имеет удовлетворительную сходимость как с расчетом по методу конечных элементов, так и с экспериментальными данными А.Н. Яшнова [5]. Разность в максимальных значениях ординат эпюр давления не превышает 12 %, а площадь эпюры давления — 15 %.

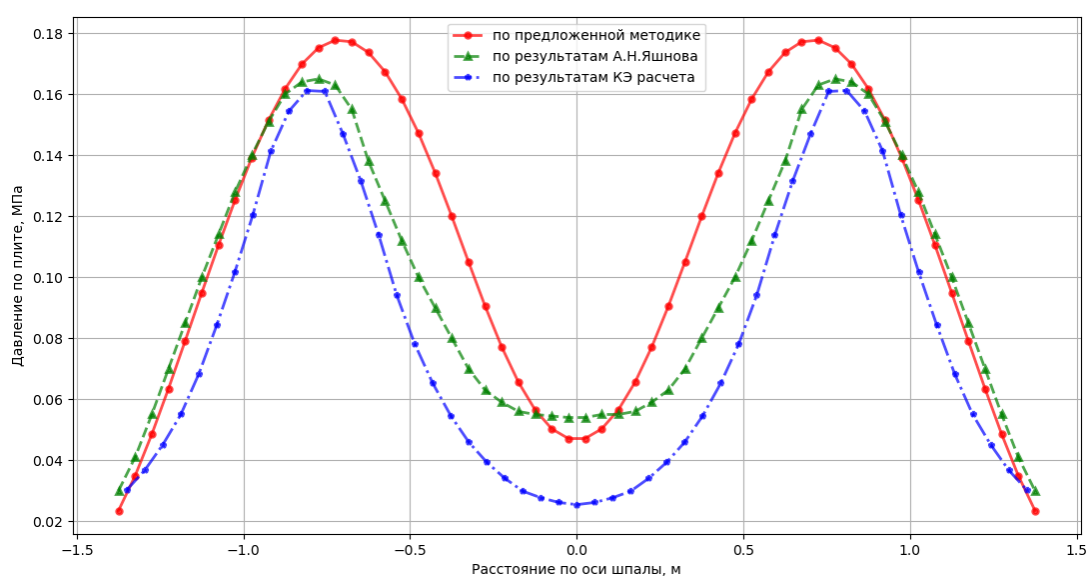


Рисунок 8. Эюра давления по плите балластного корыта под деревянной шпалой ($E_b = 300$ МПа, $E_{по} = 338$ МПа) при толщине балласта под шпалой 25 см (составлено автором)

Figure 8. Pressure profile for the ballast bed slab under a wooden sleeper ($E_b = 300$ МПа, $E_{po} = 338$ МПа) with a ballast thickness under the sleeper of 25 cm (compiled by the author)

На мостах, расположенных в кривых участках пути, возвышение наружного рельса достигается увеличением толщины балластного слоя. Таким образом, расстояние от нижней поверхности шпалы до верха балластного корыта изменяется по длине шпалы. По формулам, изложенным в настоящей статье, была построена эпюра давления по плите балластного корыта под железобетонной шпалой. Толщина балласта составляла 50 см и 25 см в левом и правом подрельсовых сечениях соответственно. Над шпалой располагаясь одна ось с нагрузкой на рельс $P_p = 12,5$ тс. Значения погонного коэффициента упругости подшпального основания $E_{по}$ и коэффициента продольного изгиба шпал α были приняты по данным таблиц 5 и 6.

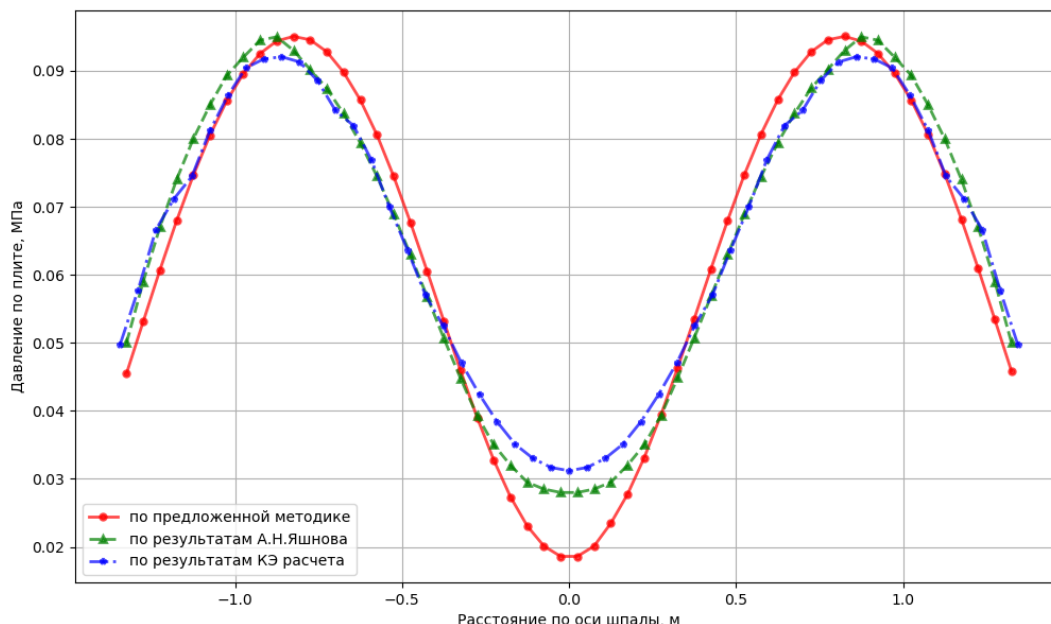


Рисунок 9. Этюра давления по плите балластного корыта под железобетонной шпалой ($E_b = 300$ МПа, $E_{no} = 570$ МПа) при толщине балласта под шпалой 50 см (составлено автором)

Figure 9. Pressure profile on the ballast bed slab under the reinforced concrete sleeper ($E_b = 300$ МПа, $E_{po} = 570$ МПа) with a ballast thickness under the sleeper of 50 cm (compiled by the author)

Сравнение полученных значений и результатов конечно-элементного расчета при абсолютно жестком основании показаны на рисунке 10.

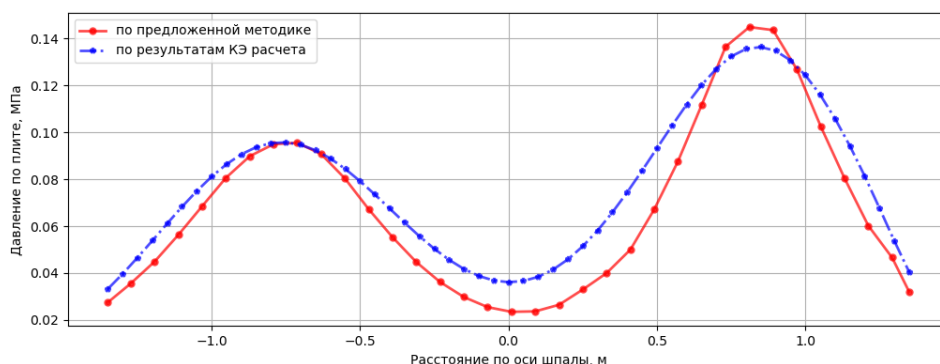


Рисунок 10. Этюра давления по плите балластного корыта под железобетонной шпалой ($E_b = 300$ МПа, $E_{no} = 570$ МПа) при толщине балласта под шпалой 50 см и 25 см в левом и правом подрельсовых сечениях соответственно (составлено автором)

Figure 10. Pressure profile of the ballast bed slab under the reinforced concrete sleeper ($E_b = 300$ МПа, $E_{po} = 570$ МПа) with a ballast thickness under the sleeper of 50 cm and 25 cm in the left and right sub-rail sections, respectively (compiled by the author)

Как видно из эюр давлений, изображенных на рисунке 10, методика расчета вертикального давления по плите балластного корыта по приведенным в настоящей статье формулам, учитывает неравномерную толщину укладки балластного слоя.

Влияние прогиба плиты балластного корыта на погонный коэффициент упругости подшпального основания

Influence of the ballast bed slab deflection on the sleeper base elastic ratio lineal

Ортотропное металлическое балластное корыто имеет меньшую изгибную жесткость, чем железобетонное, поэтому прогиб плиты может составлять существенную долю от вертикального перемещения рельса, определенное при условии жесткого основания. При этом за счет достаточно жестких поперечных и главных балок лист настила работает на изгиб как балка, опертая по контуру. Таким образом погонный коэффициент упругости подшпального основания будет меняться как вдоль оси пути, так и поперек.

Если плита балластного корыта при воздействии нагрузки на рельс имеет прогиб, то суммарный прогиб рельса увеличится, а значения $E_{по}$ уменьшатся и, как следствие, ординаты эпюры давления по плите балластного корыта также уменьшатся. Таким образом, использование значения погонного коэффициента упругости подшпального основания, представленные в таблице 5, при расчете элементов плиты балластного корыта, будет идти в запас прочности.

В том случае, когда необходимо построить эпюру давления по плите балластного корыта более точно, то для определения погонного коэффициента упругости подшпального основания необходимо выполнить следующий алгоритм:

1. Составить расчетную схему для определения изгиба плиты балластного корыта с помощью конечных элементов или используя формулы теории упругости. Сложность аналитического решения заключается в том, что металлический лист настила подкреплен ребрами жесткости и в разных плоскостях изгибная жесткость отличается. В случае ортотропного балластного корыта рекомендуется пользоваться методом конечных элементов.

2. Построить поверхность давления на плиту балластного корыта. В первом приближении значение $E_{по1}$ и α_1 принять по таблицам 5 и 6.

3. В качестве нагрузки рекомендуется принять одну ось $P_p = 12,5$ тс. В случае необходимости или удобства использования другой нагрузки, значение упругой просадки подрельсового сечения u_p , указанные в таблице 5, пересчитать пропорционально нагрузке.

4. Определить прогиб балластного корыта в подрельсовой зоне для всех шпал, участвующих в расчете.

5. Получить значение y_{p2} путем прибавления к значению упругой просадки подрельсового сечения y_{p1} , указанным в таблице 5, величины прогиба плиты балластного корыта $y_{п}$ и рассчитать новое значение погонного коэффициента упругости подшпального основания $E_{по2}$ по формуле (30).

6. Определить новый коэффициент продольного изгиба шпал по формуле:

$$\alpha_2 = \frac{y_{p1}\alpha_1 + y_{п}}{y_{p1} + y_{п}}, \quad (31)$$

где α_1 принимается по таблице 6 (данные, полученные по КЭ расчету).

В случае, если выполняется не первая итерация, формула (31) примет вид:

$$\alpha_{i+1} = \frac{y_{pi}\alpha_i + (y_{пi+1} - y_{пi})}{y_{pi} + (y_{пi+1} - y_{пi})}. \quad (32)$$

7. Повторять расчет всех параметров, зависящих от $E_{по}$ и α (п. 3–п. 7), до тех пор, пока не будет выполнено условие $|E_{по i} - E_{по i+1}| \leq 0,05 \cdot \min(E_{по i}, E_{по i+1})$.

В качестве примера рассмотрим расчетную модель фрагмента ортотропного металлического балластного корыта из объемных конечных элементов, представленную на рисунке 11. В качестве нагрузки принята одна ось с нагрузкой на каждый рельс $P_p = 12,5$ тс. Расчет выполнен в программном комплексе *Midas FEA*. Тип рельсов — Р65, шпалы — деревянные разложены по эпюре 2000 шт./км. Значение α_1 принято равным 0,54, y_{p1} — 0,341 мм. Модуль упругости балласта — 300 МПа.

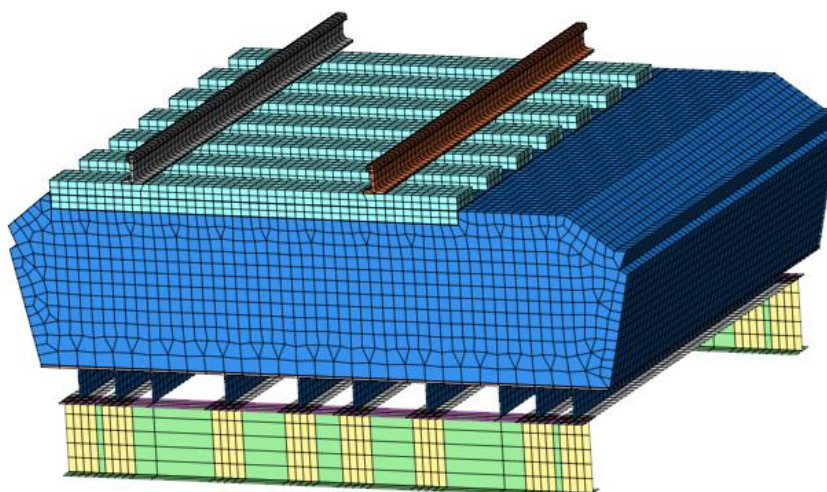


Рисунок 11. Конечно-элементная модель металлического ортотропного балластного корыта, путь на деревянных шпалах (составлено автором)

Figure 11. Metal orthotropic ballast bed finite element model, track on wooden sleepers (compiled by the author)

В таблице 7 представлены результаты итерационного расчета по алгоритму, предложенному выше. На рисунке 12 приведены три эпюры вертикального давления в зоне контакта шпала-балласт по оси шпалы, первая получена по результатам конечно-элементного моделирования, вторая — по предложенной методике с уточненным значением погонного коэффициента упругости подшпального основания (см. таблицу 7) и третья — также по предложенной методике, но в предположении абсолютно жесткого основания (см. таблицы 5 и 6).

Таблица 7 / Table 7

Результаты итерационного расчета по уточнению погонного коэффициента упругости подшпального основания

The iterative calculation results to clarify the sleeper base elastic ratio lineal

№ итерации Iteration number	Вертикальное перемещение рельса y_r , мм Vertical offset of the rail y_r , mm	Вертикальное перемещение плиты y_n , мм Vertical offset of the slab y_n , mm	Погонный коэффициент упругости подшпального основания E_{po} , МПа Sleeper base elastic ratio lineal E_{po} , MPa	Коэффициент продольного изгиба шпалы α Sleeper α buckling coefficient
1	0,58	0,24	166	0,73
2	0,47	0,13	220	0,67
3	0,52	0,18	193	0,70
4	0,51	0,17	197	0,69

Составлено автором / Compiled by the author

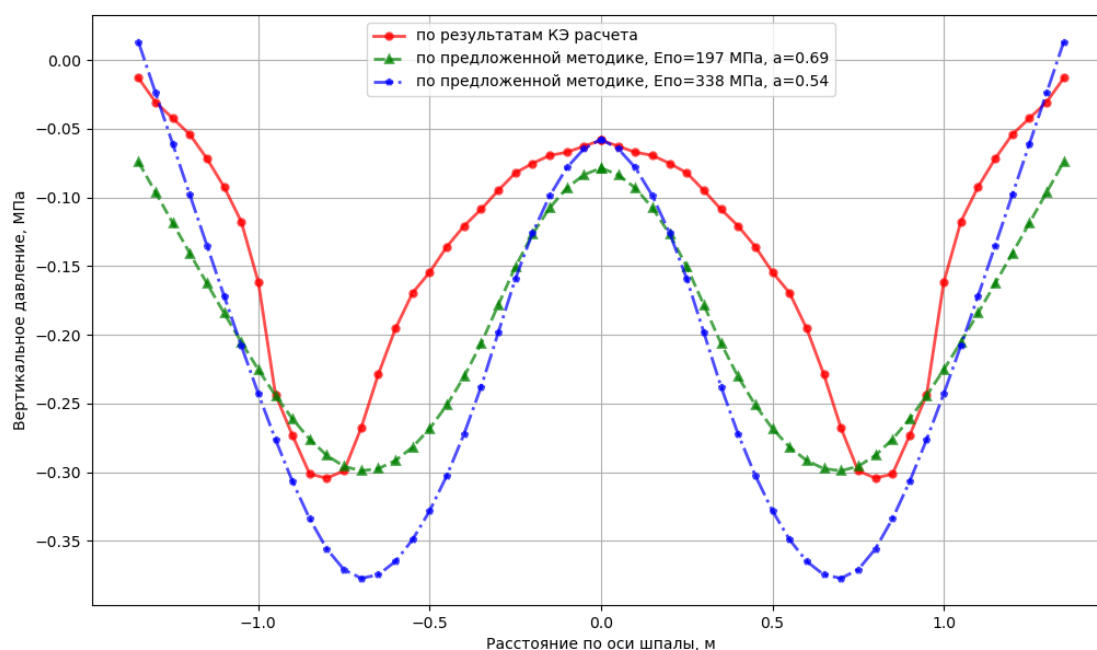


Рисунок 12. Эпюра вертикального давления под нижней постелью шпалы (составлено автором)

Figure 12. Vertical pressure profile under the lower sleeper bed (compiled by the author)

Как видно из эпюр, приведенных на рисунке 12, расчет давления в зоне контакта шпала-балласт по уточнённому погонному коэффициенту упругости подшпального основания дает хорошую сходимость с

результатами конечно-элементного моделирования. В предположении абсолютно жесткого основания величина ординат эпюры вертикального давления в подрельсовой зоне на 25 % выше, чем показали результаты уточненных расчетов. Таким образом, подтверждена обратнопропорциональная зависимость погонного коэффициента упругости подшпального основания $E_{по}$ от величины суммарного прогиба рельса. При достаточно гибких конструкциях плиты балластного корыта расчет вертикального давления в предположении абсолютно жесткого основания может привести к необоснованным запасам прочности.

Результаты

Results

Из-за сложной конфигурации поверхностей влияния напряжений в элементах ортотропного балластного корыта невозможно использовать равномерное распределение напряжений под шпалой, как это принято в методике⁶, или использование эмпирических коэффициентов аналогично плите балластного корыта железобетонного пролетного строения [6]. Формулы и алгоритмы, предложенные в данном разделе, позволяют при минимальной трудоемкости получить более точные значения эпюры давления по плите балластного корыта и, как следствие, значения внутренних усилий при расчете элементов ортотропного балластного корыта.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Чернышев М.А.** Практические методы расчета пути / М.А. Чернышев. — М.: Транспорт, 1967. — 235 с.
2. **Бржезовский А.М.** Методы экспериментальной оценки боковых сил (обзор) / А.М. Бржезовский. — DOI <https://doi.org/10.21780/2223-9731-2017-76-1-10-18> // Вестник Научно-исследовательского института железнодорожного транспорта (Вестник ВНИИЖТ). — 2017. — Т 76, № 1. — С. 10–18. — URL: <https://www.journal-vniizht.ru/jour/article/view/126> (дата обращения: 10.04.2021).
3. **Вериго М.Ф.** Взаимодействие пути и подвижного состава / М.Ф. Вериго, А.Я. Коган. — М.: Транспорт, 1986. — 559 с.
4. **Бромберг Е.М.** Взаимодействие пути и подвижного состава / Е.М. Бромберг, М.Ф. Вериго, В.Н. Данилов, М.А. Фришман. — М.: Трансжелдориздат, 1956. — 280 с.

⁶ Руководство по определению грузоподъемности металлических пролетных строений железнодорожных мостов. Утверждено распоряжением ОАО «РЖД» 10.02.2021 г. № 250р. — М.: 2021. — 399 с.

5. **Власов Г.М.** Методика и некоторые результаты экспериментальных исследований работы плиты балластного корыта железобетонных пролетных строений / Г.М. Власов, Ю.М. Широков, А.Н. Яшнов // Повышение надежности и эффективности работы ж.д. транспорта. Тезисы докладов. Новосибирск, 1987 / Новосибирск: Новосибирский институт инженеров железнодорожного транспорта, 1988. — С. 5–11.
6. **Шахуняц Г.М.** Железнодорожный путь / Г.М. Шахуняц. — М.: Транспорт, 1987. — 479 с.
7. **Попов С.Н.** Балластный слой железнодорожного пути / С.Н. Попов. — М.: Транспорт, 1965. — 183 с.
8. **Nguyen K.** Dynamic Analysis of High Speed Railway Traffic Loads on Ballasted Track / K. Nguyen, J.M. Goicolea, F. Galbadon // Fifth International Symposium on Environmental Vibration, Chengdu, China, October 20–22, 2011 / Чэнду: Southwest Jiaotong University, 2011. — URL: https://www.researchgate.net/publication/274634605_Dynamic_Analysis_of_High_Speed_Railway_Traffic_Loads_on_Ballasted_Track (дата обращения: 10.04.2021).
9. **Bonifacio C.** Dynamic Behaviour of a Short Span Filler-Beam Railway Bridge under High Speed Traffic / C. Bonifacio, D. Ribeiro, R. Calçada, R. Delgado. — DOI <https://doi.org/10.4203/ccp.104.79> // Proceedings Of the Second International Conference On Railway Technology: Research, Development And Maintenance / J. Pombo Аяччо: Civil-Comp Press Stirlingshire, 2014. — Paper 79. — URL: <https://www.ctresources.info/ccp/paper.html?id=7729> (дата обращения: 10.04.2021).
10. **De Corte W.** The use of continuous high-frequency strain gauge measurements for the assessment of the role of ballast in stress reduction on steel railway bridge decks / W. De Corte, Ph. Van Bogaert. — DOI <https://doi.org/10.1784/insi.2006.48.6.352> // Insight — Non-Destructive Testing and Condition Monitoring. — 2006. — Т 48, № 6. — С. 352–356. — URL: <https://www.ingentaconnect.com/content/bindt/insight/2006/00000048/00000006/art00007> (дата обращения: 10.04.2021).
11. **Ефимов С.В.** Лабораторные исследования работы продольных бортов плиты балластного корыта железобетонных пролетных строений с ездой на балласте на действие горизонтальной нагрузки / С.В. Ефимов // ТРАНСПОРТ: НАУКА, ОБРАЗОВАНИЕ, ПРОИЗВОДСТВО (ТРАНСПОРТ-2016), Ростов-на-Дону, 12–15 апреля 2016 года / Ростов-на-Дону: РГУПС, 2016. — С. 44–48. — URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=28342638> (дата обращения: 10.04.2021).
12. **Shih Jou-Yi** Assessment of track-ground coupled vibration induced by high-speed trains / Jou-Yi Shih, D. Thompson, A. Zervos // the 21st International Congress on Sound and Vibration, July, 2014, Beijing, China / Пекин: International Institute of Acoustics and Vibration, 2014. — URL: <http://eprints.hud.ac.uk/id/eprint/29165/> (дата обращения: 10.04.2021).
13. **Kaewunruen S.** Railway Bridge-Track Interaction Under Elevated Temperatures / S. Kaewunruen // 5th International Conference on Advances in Experimental Structural Engineering, AESE 2013 — Taipei, Taiwan / Тайбэй: EUCENTRE, 2013. — URL: <https://www.semanticscholar.org/paper/Railway-Bridge-Track-Interaction-Under-Elevated-Kaewunruen/8d83f4fc836323076efcbb64ed47994745cb99e> (дата обращения: 10.04.2021).

14. **Suiker ASJ.** The mechanical behaviour of ballasted railway tracks / ASJ. Suiker. — Делфт: Delft University Press, 2002. — 236 с.
15. **Sowmiya L.S.** Railway Tracks on Clayey Subgrade Reinforced with Geosynthetics / L.S. Sowmiya, J.T. Shahu, K.K. Gupta. — DOI // Proceedings of Indian Geotechnical Conference 15–17 December, 2011, Kochi. — С. 529–532. — URL: <https://gndec.ac.in/~igs/ldh/conf/2011/articles/Theme%20-%20J%206.pdf> (дата обращения: 10.04.2021).
16. **Даренский А.Н.** Сопротивление промежуточных скреплений КБ и КПП–5 перемещениям рельсов в продольной плоскости / А.Н. Даренский, В.Г. Витольберг // Сборник научных трудов ДониЖТ. — 2008. — № 14. — С. 142–152. — URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/soprotivlenie-promezhutochnyh-skreplenyi-kb-i-kpp-5-peremescheniyam-relsov-v-prodolnoy-ploskosti> (дата обращения: 10.04.2021).

Сведения об авторах:

Засухин Илья Витальевич — аспирант кафедры «Мосты», ФГБОУ ВО «Сибирский государственный университет путей сообщения», Новосибирск, Россия, e-mail: zasukhiniv@mail.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-3645-0444>

РИНЦ: https://elibrary.ru/author_profile.asp?id=963118

ResearchGate: <https://www.researchgate.net/profile/Ilya-Zasukhin>

Статья получена: 31.05.2021. Принята к публикации: 10.08.2021. Опубликовано онлайн: 24.08.2021.

REFERENCES

1. Chernyshev M.A. [Practical methods for calculating the path]. Moscow: Transport Publ.; 1967. (In Russ.).
2. Brzhezovskiy A.M. Methods of experimental evaluation of lateral forces (review). *VNIIZHT Scientific Journal*. 2017; 76(1): 10–18. (In Russ., abstract in Eng.) DOI: <https://doi.org/10.21780/2223-9731-2017-76-1-10-18>.
3. Verigo M.F., Kogan A.Ya. [Interaction of track and rolling stock]. Moscow: Transport Publ.; 1986. (In Russ.).
4. Bromberg E.M., Verigo M.F., Danilov V.N., Frishman M.A. [Interaction of track and rolling stock]. Moscow: Transzheldorizdat; 1956. (In Russ.).
5. Vlasov, G.M., Shirokov, Yu.M., Yashnov, A.N. [Methodology and some results of experimental studies of the operation of the ballast trough slab of reinforced concrete superstructures]. In: *Improving the reliability and efficiency of the railway transport. Abstracts of reports. Novosibirsk, 1987*. Novosibirsk: Novosibirsk Institute of Railway Engineers; 1988. p. 5–11.
6. Shakhunyants G.M. [Railroad track]. Moscow: Transport Publ.; 1987. (In Russ.).
7. Popov S.N. [Railroad track ballast]. Moscow: Transport Publ.; 1965. (In Russ.).
8. Nguyen K., Goicolea J.M., Galbadon F. Dynamic Analysis of High Speed Railway Traffic Loads on Ballasted Track. In: *Fifth International Symposium on Environmental Vibration, Chengdu, China, October 20–22, 2011*. Chengdu: Southwest Jiaotong University; 2011. Available at: https://www.researchgate.net/publication/274634605_Dynamic_Analysis_of_High_Speed_Railway_Traffic_Loads_on_Ballasted_Track (accessed 10th April 2021). (In Eng.).

9. Bonifacio C., Ribeiro D., Calçada R., Delgado R. Dynamic Behaviour of a Short Span Filler-Beam Railway Bridge under High Speed Traffic. In: J. Pombo, (Editor). *Proceedings Of the Second International Conference On Railway Technology: Research, Development And Maintenance*. Ajaccio: Civil-Comp Press Stirlingshire; 2014. p. 79. Available at: <https://www.ctresources.info/ccp/paper.html?id=7729> (accessed 10th April 2021). (In Eng.) DOI: <https://doi.org/10.4203/ccp.104.79>.
10. De Corte W., Van Bogaert Ph. The use of continuous high-frequency strain gauge measurements for the assessment of the role of ballast in stress reduction on steel railway bridge decks. *Insight — Non-Destructive Testing and Condition Monitoring*. 2006; 48(6): 352–356. (In Eng.) DOI: <https://doi.org/10.1784/insi.2006.48.6.352>.
11. Efimov S.V. Laboratory Researches For Longitudinal Boards Plate Ballast Trough Reinforced Concrete Superstructure With Riding On The Ballast On The Effect Of Horizontal Load. In: [Collection of scientific papers of the international scientific-practical conference "Transport: science, education, production", Volume 4: Technical and natural sciences]. Rostov-on-Don: Rostov State Transport University; 2016. p. 44–48. Available at: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=28342638> (accessed 10th April 2021). (In Russ.).
12. Shih Jou-Yi, Thompson D., Zervos A. Assessment of track-ground coupled vibration induced by high-speed trains. In: *The 21st International Congress on Sound and Vibration, July, 2014, Beijing, China*. Beijing: International Institute of Acoustics and Vibration; 2014. Available at: <http://eprints.hud.ac.uk/id/eprint/29165/> (accessed 10th April 2021). (In Eng.).
13. Kaewunruen S. Railway Bridge-Track Interaction Under Elevated Temperatures. In: *5th International Conference on Advances in Experimental Structural Engineering, AESE 2013 — Taipei, Taiwan*. Taipei: EUCENTRE; 2013. Available at: <https://www.semanticscholar.org/paper/Railway-Bridge-Track-Interaction-Under-Elevated-Kaewunruen/8d83f4fc836323076efcbb64ed47994745cb99e> (accessed 10th April 2021). (In Eng.).
14. Sowmiya L.S., Shahu J.T., Gupta K.K. Railway Tracks on Clayey Subgrade Reinforced with Geosynthetics. In: *Proceedings of Indian Geotechnical Conference 15–17 December, 2011, Kochi*. p. 529–532. Available at: <https://gndec.ac.in/~igs/ldh/conf/2011/articles/Theme%20-%20J%206.pdf> (accessed 10th April 2021). (In Eng.).
15. Darenkiy A.N., Vitol'berg V.G. [Resistance of intermediate fasteners KB and KPP-5 to rail movements in the longitudinal plane]. [Collection of scientific papers DonIzhT]. 2008; (14): 142–152. Available at: <https://cyberleninka.ru/article/n/soprotivlenie-promezhutochnyh-skreplenyi-kb-i-kpp-5-peremescheniyam-relsov-v-prodolnoy-ploskosti> (accessed 10th April 2021). (In Russ.).

Information about the authors:

Ilya V. Zasukhin — Siberian Transport University, Novosibirsk, Russia, e-mail: zasukhiniv@mail.ru
ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-3645-0444>
РИИЦ: https://elibrary.ru/author_profile.asp?id=963118
ResearchGate: <https://www.researchgate.net/profile/Ilya-Zasukhin>

Submitted: 31st May 2021. Revised: 10th August 2021. Published online: 24th August 2021.