Интернет-журнал «Транспортные сооружения» / Russian Journal of Transport Engineering <https://t-s.today>

2021, №4, Том 8 / 2021, N 4, Vol. 8 <https://t-s.today/issue-4-2021.html>

URL: <https://t-s.today/PDF/08SATS421.pdf>

DOI: 10.15862/08SATS421 (<https://doi.org/10.15862/08SATS421>)

Свободные колебания тонкостенного криволинейного участка магистрального нефтепровода при наземной прокладке

Соколов В.Г., Разов И.О., Мальцева Т.В.

ФГБОУ ВО «Тюменский индустриальный университет», Тюмень, Россия

Автор, ответственный за переписку: Разов Игорь Олегович, e-mail: razovio@mail.ru

Аннотация. В данной статье на основании геометрически нелинейном варианте полубезмоментной теории тороидальных оболочек среднего изгиба В.З. Власова и В.В. Новожилова авторами получено решение по определению частот свободных колебаний наземных, криволинейных участков тонкостенных трубопроводов большого диаметра с протекающей жидкостью. Трубопровод представляет собой тороидальную оболочку, расчетная схема представлена в виде половины тора. Угол $\beta = 1800$. Оболочка уложена на упругое основание и соприкасается с грунтом по узкой полосе. Задача определения влияния давления грунта на оболочку по узкой полосе решается как контактная задача, при помощи рядов Фурье и импульсной функции. Оболочка подвержена действию совместного влияния внутреннего рабочего давления, гидродинамического давления жидкости, упругого основания грунта и изменению геометрических характеристик. Получены уравнения движения срединной поверхности оболочки с учетом

геометрических и механических характеристик, и всех составляющих сил инерции материала оболочки. В качестве граничных условий принято шарнирное закрепление концов оболочки. Используя допущения полубезмоментной теории оболочек получены компоненты перемещения в продольном, и окружном направлениях. Решение задачи определения частот свободных колебаний сводится к решению задачи определения собственных значений матрицы АВ. Полученные решения позволяют определять частоты свободных колебаний при различных значениях волновых чисел в продольном, и окружном направлениях, а также позволяют определить вклад внутреннего рабочего давления, коэффициента постели грунта и геометрических характеристик на частоты свободных колебаний трубопровода.

Ключевые слова: свободные колебания; тороидальная оболочка; нефтепровод; гидродинамическое давление жидкости; упругое основание; собственная частота

Free vibrations of a thin-walled curvilinear section of an oil-trunk pipeline during ground laying

Vladimir G. Sokolov, Igor' O. Razov, Tatyana V. Maltseva

Industrial University of Tyumen, Tyumen, Russia

Corresponding author: Igor' O. Razov, e-mail: razovio@mail.ru

Abstract. In this article authors obtained solutions to determine the ground curved sections free vibrations of thin-walled large-diameter pipelines with a liquid flow, based on a geometrically nonlinear version of the semi-momentless toroidal shells medium bending theory by V.Z. Vlasov and V.V. Novozhilov. The pipeline is a toroidal shell, the design scheme is presented in the form of a half torus. Angle $\beta = 180^\circ$. The shell is laid on an elastic foundation and makes contact with the ground along a narrow strip. The problem of the soil pressure influence on the shell along a narrow strip is solved as a contact problem, using Fourier's series and an impulse function. The shell is exposed to the cooperative effect of the internal operating pressure, the liquid flowing pressure, the elastic soil foundation, and changes in the geometric characteristics. Motion equations of the middle shell surface are obtained taking into account the geometric and mechanical characteristics, and all the components

of the shell material inertial forces. The hinged fastening of the shell ends is taken as the limiting condition. Using the semi-momentless shell theory assumptions, displacements in the longitudinal and circumferential directions are obtained. The solution to the problem of determining the free vibrations comes down to solving the problem of determining AB matrix values. The solutions obtained make it possible to determine the free vibrations frequencies at various wavenumbers values in the longitudinal and circumferential directions, and also make it possible to determine the internal operating pressure contribution, the soil bed coefficient, and geometric characteristics to the pipeline free vibrations frequencies.

Keywords: free vibrations; toroidal shell; oil pipeline; flowing fluid pressure; elastic foundation; base frequency

Данная статья доступна по лицензии Creative Commons "Attribution" («Атрибуция») 4.0 Всемирная

This article is available under the Creative Commons "Attribution" 4.0 Global License

Введение

Introduction

При транспортировании углеводородных продуктов по трубопроводам большого диаметра (более 1000 мм) ежегодно перемещается миллиарды кубических метров продукта на огромные расстояния. В связи с чем выполняется строительство новых и развитие существующих магистральных трубопроводов. Характерной особенностью нефтепроводов является их большая протяжённость, которая может достигать нескольких тысяч километров, а способы прокладки данного линейного сооружения зависят от особенности инженерно-геологических условий отведённой полосы.

Во время эксплуатации трубопровод подвергается различного рода «вредным» воздействиям влияющих на его надёжность, например периодические воздействия — колебания и вибрации сейсмического, механического, природного, гидродинамического характера, приводящие к выведению из работоспособного состояния конструкции трубопровода. Не учитывая эти негативные воздействия при проектировании и строительстве линейного сооружения, невозможно добиться безаварийной эксплуатации трубопровода, а также случаев катастрофического разрушения его конструкции. В настоящее время ни один трубопровод не сооружается без предварительных расчетов напряжений, продольных и поперечных перемещений труб при различных способах укладки (наземный [1], подземный [2], полуподземный и др.). В диссертационной работе Султангареева Р.Х. выполнен анализ отказов конструкции газопровода в местности с высокой гидродинамической активностью, который показывает, что 60 % аварийных ситуаций происходит на участках, расположенных не более 15 километров от компрессорных станций. Для нефтепроводов протяжённость динамически активного участка принято считать не более 20 километров [3]. Таким образом насосные и компрессорные станции магистральных трубопроводов являются мощным источником вынужденных колебаний, которые способствуют образованию резонансных явлений в системе «труба-грунт», что зачастую приводит к отказу трубопровода, которое связано с повреждением изолирующих материалов, коррозии, трещинообразованием, усталостному разрушению тела труб (не менее 30 % повреждения геотехнического происхождения). Для исключения резонансных явлений следует исключать совпадение собственной частоты трубопровода с частотой работы компрессорных установок либо насосного оборудования, следовательно, определение форм и частот собственных колебаний для данных участков является первостепенной задачей при выполнении динамических расчётов. К примеру, частота

работы магистрального горизонтального насоса типа НМ, выпускаемого АО «ТНН», которые используются ОА «Транснефть-Сибирь» на компрессорных станциях составляет 3000 об./мин. или 50 Гц, частота вращения ротора газотурбинной компрессорной установки 66ГЦ-1 162/1,3-38 используемой на компрессорных станциях для перекачки газа составляет 5285 об./мин. или 88,08 Гц следовательно, на участках не менее 15–20 километров от станции отстройку газо- или нефтепровода по частотным характеристикам следует выполнять с учётом этих частот, чтобы избежать резонанса.

В существующих методиках динамического расчета в рамках стержневой модели с недеформируемым контуром поперечного сечения трубопровода одновременно не учитываются такие важные характеристики как криволинейность участка трубопровода, влияние давления грунта на стенку трубопровода, внутреннего рабочего давления перекачиваемого продукта, геометрических характеристик сечения, а также физико-механических характеристик основания. Выбор расчетной модели трубопровода большого диаметра в виде тонкостенной цилиндрической оболочки в данном случае является наиболее подходящей моделью, которая позволяет учесть все реальные условия работы конструкции, а как следствие позволит наиболее полно определить спектр частот, необходимых для отстройки всей линейной части от резонанса.

Настоящая работа направлена на совершенствование динамического расчета тонкостенных труб большого диаметра, поэтому она является актуальной.

1. Анализ состояния проблемы

1. Problem state analysis

В работе [4] исследованы динамика и устойчивость цилиндрической оболочки, транспортирующей вязкую жидкость, с учетом влияния тепловой нагрузки. Вязкие силы, вызывающие напряжение в оболочке, определяются с помощью уравнений Навье — Стокса. Движения оболочки описываются уравнениями Флюгге, создана модель, учитывающая эффекты вязкости и комбинированного действия гидро- и термонагрузки на устойчивость оболочки. Влияние вязкости в кольцевом потоке делает систему более нестабильной, и тепловая нагрузка снижает критическую скорость потока, для которого существует критическое повышение температуры.

Достаточно широко в работах [5; 6], связанных с динамикой труб, транспортирующих жидкость, освещаются развитые теории для

некоторых классов динамических систем, новые аналитические методы для таких систем.

Выявлению на предпроектном расчете рисков, возникающих от колебаний конструкций в виде тонких цилиндрически оболочек с протекающей жидкостью, посвящена работа [7]. Из теории случайных колебаний получена верхняя граница амплитуды ожидаемых колебаний, определены динамические характеристики цилиндрических оболочек, случайное поле давления, действующее на поверхность конструкции и на расчет возникающих деформаций.

Для анализа колебаний надземных трубопроводов, транспортирующих газосодержащую жидкость, в работе [8] использованы вязкоупругая модель теории балок и модель фундамента Пастернака. Для описания вязкоупругих свойств материала трубопровода и грунтового основания применяется наследственная теория вязкоупругости Больцмана-Вольтерра. Проведены численные исследования колебаний трубопроводов под влиянием растягивающих продольных сил трубопровода, параметров фундаментов Пастернака, параметров сингулярности в ядрах наследственности на колебания трубопровода.

Устойчивость подводного трубопровода на дне моря рассматривается в работе [9]. Система "труба-поток-грунт" имеет различные режимы неустойчивости: вертикальные и боковые придонные неустойчивости, туннельная эрозия, вихревые колебания свободно проходящих по дну трубопроводов. На основании прогноза боковой неустойчивости в условиях глубоководной эксплуатации трубопроводов выявлено, что конкуренция механизмов всегда существует между различными режимами неустойчивости, например, конкуренция между боковой неустойчивостью и туннельной эрозией.

Анализ частот и формы собственных колебаний криволинейных (в тороидальных координатах) участков стальных и полиэтиленовых трубопроводов с протекающей жидкостью для надземной прокладки, исследовано в [10].

В статье [11] рассматривается нелинейная динамика двухфазной среды, влияющая на устойчивость трубопровода.

2. Построение решения

2. Constructing solution

Колебания криволинейных трубопроводов достаточно исследованы в работах [10; 12–13]. Собственные колебания тонкостенных трубопроводов большого диаметра, взаимодействующих с грунтом, в этих

работах не затронуты. Поэтому остается актуальным вопрос определения частоты свободных колебаний с учетом влияния упругого основания грунта при различных способах прокладки. В данной работе рассматривается только один случай прокладки трубопровода — наземный, остальные случаи будут рассмотрены позднее, в последующих работах.

Рисунок 1. Криволинейный участок трубопровода в тороидальных координатах (разработано авторами)

Figure 1. Pipeline curved section in toroidal coordinates (developed by the authors)

Рисунок 2. Распределение давления на контактной поверхности (разработано авторами)

Figure 2. Pressure distribution on the contact surface (developed by the authors)

В качестве расчетной модели криволинейного участка трубопровода представлена тороидальная оболочка с радиусом R продольной оси,

которая проходит через центр тяжести ее поперечных сечений (рис. 1). Срединная поверхность тороидальной оболочки имеет радиус r , толщину стенки h . Соотношение h/r считаем малым с целью применения гипотезы Кирхгофа-Лява. Концевые закрепления оболочки принимаем шарнирные.

Углы β и θ в поперечном сечении тороидальной оболочки находятся в диапазоне $0 \leq \theta \leq 2\pi$. Продольная ось оболочки представляет половину тора радиуса R , поэтому $0 \leq \beta \leq \pi$.

Взаимодействие трубопровода с грунтом схематизировано на рисунке 2.

Ширина зоны контакта $b = R \sin \varphi_0$.

Давление контактной поверхности — $\Phi(0) = \frac{kR}{2} \varphi_0^2$.

Глубина вдавливания контактной поверхности
 $\Delta_0 = R(1 - \cos \varphi_0) = R \varphi_0^2 / 2$.

Взаимодействие трубопровода с грунтом описывается импульсной функцией

$$\Psi(\theta) = \frac{kR}{\pi} \left[\frac{\phi_0^3}{3} + \sum_{m=1}^{\infty} \beta_m \cos m\theta \right]; \quad (1)$$
$$\beta_m = (-1)^m m^{-3} \left[2\phi_m \cos \phi_m - (\phi_m^2 - 2) \sin \phi_m \right]; \quad \phi_m = m\phi_0,$$

где $\psi(\theta)$ — радиальное давление на внешней поверхности трубы; ϕ_0 — центральный угол вдавливания; k — коэффициент постели грунта [Н/м²].

Более подробно решение контактной задачи трубопровода и грунта приведено в статье [1]. На данный момент в доступной литературе не приведено решений, учитывающих влияние грунта на криволинейный стержень, а тем более тороидальную оболочку.

Для определения частот свободных колебаний наземного тонкостенного криволинейного участка нефтепровода используем систему дифференциальных уравнений относительно перемещений в тороидальной системе координат (β, θ) , полученную в работе [13]:

$$\begin{aligned} & \frac{r^2}{R^2} \frac{\partial^3 u}{\partial \beta \partial \theta^2} \cos \theta + \frac{r^3}{R^3} \frac{\partial^3 u}{\partial \beta^3} - \frac{r^2}{R^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\partial u}{\partial \beta} \sin \theta \right) + \frac{r^3}{R^3} \frac{\partial^2 W_y}{\partial \beta^2} + \\ & \frac{r^2}{R^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[\frac{\partial}{\partial \theta} (W_y \cos \theta) - W_y \sin \theta \right] + \frac{h^2}{r^2 12(1-\nu^2)} \frac{\partial^3}{\partial \theta^3} \left(\frac{\partial^2 \mathcal{G}}{\partial \theta^2} + \mathcal{G} \right) = \\ & = -\frac{r^2}{EhR} \frac{\partial X_1^*}{\partial \beta} + \frac{R}{Eh} \frac{\partial X_2^*}{\partial \theta} + \frac{r}{Eh} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\partial^2 \mathcal{G}}{\partial \theta^2} X_3^* + \frac{\partial X_3^*}{\partial \theta} \right), \end{aligned} \quad (2)$$

где u, v, w — безразмерные компоненты перемещения срединной поверхности оболочки, отнесенные к радиусу r ; ν — коэффициент Пуассона; E — модуль упругости материала оболочки; r — радиус срединной поверхности оболочки; R — радиус изгиба продольной оси; $h_\nu = \frac{h}{R\sqrt{12(1-\nu^2)}}$; h_ν — параметр относительной толщины оболочки; X_I^* — тангенциальные составляющие (в тороидальной системе координатам β и θ) сил инерции:

$$X_1^* = -r h \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \quad X_2^* = -r h \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2}; \quad (3)$$

Компонента X_3 учитывает влияние нормально распределенного внутреннего рабочего давления p и, ранее не учитываемого влияния на криволинейный участок трубопровода-оболочки, упругого отпора грунта $\psi(\theta)$:

$$X_3^* = -r h \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + p_0 - \rho_0 r^2 \Phi_n^* \left(\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \frac{V^2 \partial^2 w}{r R \partial \rho^2} \right) - \Psi(\theta) w(\xi, \theta, t), \quad (4)$$

где ρ — плотность материала оболочки; Φ_n^* — функции Лежандра; p_0 — внутреннее постоянное гидростатическое давление; $\psi(\theta)$ — радиальное давление грунта на внешнюю поверхность трубы; $m = 1, 2, 3 \dots$ — волновые числа в окружном направлении [1].

Подставляя формулы (3), (4), (5) в выражение (1), получим дифференциальное уравнение колебаний криволинейного участка трубопровода относительно перемещений u, v, w, W_y, ϑ в тороидальных координатах:

$$\begin{aligned} & \frac{r^3}{R^3} \frac{\partial^3 u}{\partial \beta^3} + \frac{r^2}{R^2} \frac{\partial^3 u}{\partial \theta^2 \partial \beta} \cos \theta - \frac{r^2}{R^2} \frac{\partial u}{\partial \beta} \cos \theta - \frac{r^2}{R^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \beta \partial \theta} \sin \theta + \frac{r^3}{R^3} \frac{\partial^2 W_y}{\partial \beta^2} + \frac{r^2}{R^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[\frac{\partial}{\partial \theta} (W_y \cos \theta) - W_y \sin \theta \right] + \\ & h_\nu^2 \frac{\partial^5 \vartheta}{\partial \theta^5} + h_\nu^2 \frac{\partial^3 \vartheta}{\partial \theta^3} - \frac{r^2}{E h R} r h \rho \frac{\partial^3 u}{\partial \beta \partial t^2} + \frac{r}{E h} r h \rho \frac{\partial^3 v}{\partial \theta \partial t^2} + \frac{r}{E h} \left[r h \rho \frac{\partial^4 w}{\partial \theta^2 \partial t^2} - \frac{\partial^3 \vartheta}{\partial \theta^3} p_0 + \right. \\ & \left. + \rho_0 r^2 \Phi_n^* \left(\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \frac{V^2 \partial^2 w}{r R \partial \rho^2} \right) + \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \Psi(\theta) w(\xi, \theta, t) \right] = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

Уравнение движения срединной поверхности оболочки с потоком жидкости в виде (5) с учетом влияния грунта получено впервые. В открытой литературе не удалось найти решений, учитывающих влияние грунта на криволинейную оболочку, и даже криволинейный стержень. Выражение (4) представляет собой радиальное давление грунта на внешнюю поверхность трубы. Давление распределено по узкой полосе контакта [1].

Определим искомые величины u, v, w, W_y, ϑ , из допущений полубезмоментной теории [13]:

$$\frac{\partial v}{\partial \theta} + w = 0, \quad \frac{r}{R} \frac{\partial v}{\partial \beta} + \frac{\partial u}{\partial \theta} = 0, \quad \vartheta = \frac{\partial w}{\partial \theta} - v, \quad W_y = w \cos \theta - v \sin \theta. \quad (6)$$

Дополним модель граничными условиями шарнирного закрепления концов оболочки [13].

Для решения системы уравнений (5), (6) для нормальной составляющей перемещения $w(\beta, \theta, t)$ запишем граничные условия в виде:

$$w|_{\beta=0} = 0, \quad \frac{\partial^2 w}{\partial \beta^2} \bigg|_{\beta=0} = 0. \quad (7)$$

3. Метод решения

3. Solution method

Нормальная составляющая перемещения по окружной координате θ представим в виде:

$$w(\beta, \theta, t) = \varphi(t) b_m \cos m\theta \sin n\beta, \quad (8)$$

где $\varphi(t)$ — функция, зависящая от времени, $b_m = \text{const}$; m, n — волновые числа, определяющие формы колебаний оболочки в окружном и продольном направлениях соответственно.

Остальные компоненты перемещения и угол поворота касательной определим из соотношений (6) с учетом формулы (8):

$$\begin{aligned} v &= -\frac{1}{m} \varphi(t) b_m \sin m\theta \sin n\beta, & u &= -\frac{r}{R} \frac{n}{m^2} \varphi(t) b_m \cos m\theta \cos n\beta, \\ \vartheta &= -\frac{m^2-1}{m} \varphi(t) b_m \sin m\theta \sin n\beta, & W_y &= \frac{1}{2} (b_{m+1} \frac{m+2}{m+1} + b_{m-1} \frac{m-2}{m-1}) \cos m\theta \sin n\beta. \end{aligned} \quad (9)$$

Дополним уравнение (5) компонентами (8), (9) получим разрешающее уравнение относительно неизвестных амплитудных значений b_m , содержащее функцию $\varphi(t)$ и ее вторую производную по времени $\varphi''(t)$:

$$\begin{aligned} \varphi(t) \left\{ \mu_0^4 h_v^2 n^4 b_m \sin m\theta - \frac{\mu_0^3}{2} h_v m^2 [b_m (\sin(m-1)\theta + \sin(m+1)\theta) + (b_{m+1} \frac{m+2}{m+1} + b_{m-1} \frac{m-2}{m-1}) \sin m\theta] + \right. \\ \left. + \frac{\mu_0^4}{4} m^3 (b_{m+1} \frac{m+2}{m+1} + b_{m-1} \frac{m-2}{m-1}) \cdot [(m-2) \sin(m-1)\theta + (m+2) \sin(m+1)\theta] + \right. \\ \left. + m^4 (m^2-1)(m^2-1+p^*) \cdot b_m \sin m\theta + k^* m^4 b_m \sin m\theta - \mu_0 h_v \rho_0^* \Phi_n^* V^2 m^4 n^2 b_m \sin m\theta \right\} + \\ + [r h \rho^* (\mu_0^2 h_v^2 n^2 + m^4 + m^2) + r^2 \rho_0^* \Phi_n^* m^4] b_m \sin m\theta \varphi''(t) = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

где $\mu_0 = \frac{r}{R h_v}$, $\rho^* = G \rho$, $p^* = G p$, $k^* = \frac{R^2 k}{\pi E h h_v^2} z_m$ — параметр упругого основания (методика определения коэффициента z_m приведена в работе [1]).

Полагая, что свободные изгибные колебания являются гармоническими, то функцию времени представим по закону с круговой частотой ω :

$$\varphi(t) = \sin \omega_{mn} t, \quad \varphi''(t) = -\omega^2 \sin \omega_{mn} t.$$

Подставив эти значения $\varphi(t)$ и $\varphi''(t)$ в уравнение (10), приравнявая множители при одинаковых тригонометрических функциях $\sin \omega_{mn} t$, получим систему трансцендентных уравнений для определения частот ω_{mn} :

$$\left\{ \begin{aligned} &\mu_0^4 h_v^2 n^4 b_m \sin m\theta - \frac{\mu_0^3}{2} h_v m^2 [b_m (\sin(m-1)\theta + \sin(m+1)\theta) + (b_{m+1} \frac{m+2}{m+1} + b_{m-1} \frac{m-2}{m-1}) \sin m\theta] + \\ &+ \frac{\mu_0^4}{4} m^3 (b_{m+1} \frac{m+2}{m+1} + b_{m-1} \frac{m-2}{m-1}) \cdot [(m-2) \sin(m-1)\theta + (m+2) \sin(m+1)\theta] + \\ &+ m^4 (m^2 - 1)(m^2 - 1 + p^*) \cdot b_m \sin m\theta + k^* m^4 b_m \sin m\theta - \mu_0 h_v \rho_0^* \Phi_n^* V^2 m^4 n^2 b_m \sin m\theta \} - \\ &- [rh \rho^* (\mu_0^2 h_v^2 n^2 + m^4 + m^2) + r^2 \rho_0^* \Phi_n^* m^4] b_m \omega_{mn}^2 = 0 \end{aligned} \right. \quad (11)$$

Далее приравняем коэффициенты при одинаковых тригонометрических функциях $\sin m\theta$ при $m = 1, 2, 3 \dots$. Приведем систему однородных линейных алгебраических уравнений к компактному виду:

$$a_{m,m-2} b_{m-2} + a_{m,m-1} b_{m-1} + a_{m,m} b_m + a_{m,m+1} b_{m+1} + a_{m,m+2} b_{m+2} = 0, \quad (12)$$

Для подробного анализа полученной системы однородных линейных алгебраических уравнений (12) представим её в матричной форме:

$$AB = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} & a_{46} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & a_{53} & a_{54} & a_{55} & a_{56} & a_{57} & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{64} & a_{65} & a_{66} & a_{67} & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_{75} & a_{76} & a_{77} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{pp-2} & a_{pp-1} & a_{pp} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} b_{n,1} \\ b_{n,2} \\ b_{n,3} \\ b_{n,4} \\ b_{n,5} \\ b_{n,6} \\ b_{n,7} \\ \dots \\ b_{n,p} \end{pmatrix} = 0. \quad (13)$$

Используя методику решения, полученную в работе [13] составим характеристическое уравнение для собственных чисел матрицы A :

$$|A - \lambda E| = \begin{vmatrix} d_{1,1} - \lambda & d_{1,2} & d_{1,3} \\ d_{2,1} & d_{2,2} - \lambda & d_{2,3} \\ d_{3,1} & d_{3,2} & d_{3,3} - \lambda \end{vmatrix} = 0, \quad (14)$$

в котором введем обозначения:

$$\begin{aligned}\lambda &= \omega^2, & d_{m,m} &= \frac{A_{mn} - B_{mn}}{C_{mn}}, \\ d_{m,m\pm 1} &= \frac{a_{m,m\pm 1}}{C_{mn}}, & d_{m,m\pm 2} &= \frac{a_{m,m\pm 2}}{C_{mn}};\end{aligned}\tag{15}$$

коэффициенты A_{mn} , B_{mn} , $a_{m,m+1}$, $a_{m,m+2}$ определяются по формулам:

$$\begin{aligned}a_{m,m} &= A_{mn} - B_{mn} - C_{mn} \omega_{mn}^2, \\ a_{m,m\pm 1} &= -\mu^3 n^2 h_v \frac{m^2 (m^2 \pm m + 1)}{(m \pm 1)}, \\ a_{m,m\pm 2} &= \mu_0^2 m^3 \frac{(m \pm 3)(m \mp 1)}{4(m \pm 2)}, \\ A_{mn} &= \mu_0^4 n^4 h_v^2 + m^4 (m^2 - 1)(m^2 - 1 + p_0^*) + k^* m^4 + 0,5 \mu_0^2 m^2 (m^2 + 1),\end{aligned}\tag{16}$$

$$B_{mn} = \rho_0^* \Phi_n^* \mu_0 h_v V^2 m^4 n^2,$$

$$C_{mn} = \rho^* r h (\mu_0^2 n^2 h_v^2 + m^4 + m^2) + r^2 \rho_0^* \Phi_n^* m^4.$$

$$\text{где } k^* = \frac{k R^2}{\pi E h h_v^2} z_m; \quad \rho^* = \rho \frac{R}{E h h_v^2}; \quad p_0^* = p_0 \frac{R}{E h h_v^2}; \quad \rho_0^* = \rho_0 \frac{R}{E h h_v^2};$$

E — модуль упругости материала оболочки (МПа); k — коэффициент постели грунта по модели Винклера-Фусса, остальные коэффициенты являются безразмерными.

4. Анализ полученных данных

4. Data analysis

Используя выражения (14), (15) и (16) для криволинейного участка магистрального нефтепровода при наземной прокладке получены частоты собственных колебаний, которые сведены в таблицах 1–3. На основании данных таблиц построены графики зависимости собственных частот от внутреннего рабочего давления для различных значений геометрических и механических характеристик (рис. 3–5 соответственно). Исходные данные: $n = 1$; $h/R = 1/50$; $r/R_{кр} = 1/10$; скорость потока жидкости $V = 3$ м/сек., коэффициент постели грунта изменяется в пределах k от 0,1 до 1 кг/см³.

На основании полученных данных можно сделать следующие выводы:

1. Минимальные частоты реализуются при значениях волновых чисел $n = 1$ и $m = 2$, что соответствует оболочечной форме колебаний с образованием двух полуволн в окружном направлении $m = 2$ и одной полуволны в продольном направлении $n = 1$.
2. В результате увеличения значений внутреннего рабочего давления от 0 до 5 МПа происходит увеличение частот ω_{21} на 19,75 %, это объясняется тем, что внутреннее рабочее давление делает стенки трубопровода более жёсткими, превращая трубу в стержень.
3. Как видно из графиков на рисунках 3, 4, и 5 при значениях внутреннего давления более 4,0 МПа расчёт следует производить по стержневой теории с недеформируемым контуром сечения, так как минимальные частоты реализуются при $m = 1$.

Таблица 1 / Table 1

**Квадрат частоты собственных колебаний трубопровода
в зависимости от внутреннего рабочего давления при коэффициенте
упругого отпора грунта $k = 1 \text{ МН/м}^3$**

**Pipeline natural vibration frequencies square depending on the internal
operating pressure at the elastic earth back pressure coefficient $k = 1 \text{ MN/m}^3$**

	Внутреннее рабочее давление p_0 Internal operating pressure p_0					
	0,0 МПа MPa	1,0 МПа 1,0 MPa	2,0 МПа 2,0 MPa	3,0 МПа 3,0 MPa	4,0 МПа 4,0 MPa	5,0 МПа 5,0 MPa
	Частота собственных колебаний (Гц) для различных значений волновых чисел в окружном направлении m Natural vibration frequencies (Hz) for different wavenumbers values in the circumferential direction m					
$m = 1$	35,93	35,93	35,93	35,93	35,93	35,93
$m = 2$	29,57	31,21	32,76	34,25	35,67	37,04
$m = 3$	32,50	36,38	39,89	43,11	46,11	48,92

Рисунок 3. Зависимость частот свободных колебаний наземного нефтепровода большого диаметра от волновых чисел m и внутреннего рабочего давления при $k = 1 \text{ МН/м}^3$ (разработано авторами)

Figure 3. Free vibration frequencies correspondence of a large-diameter ground oil pipeline on wavenumbers m and internal operating pressure at $k = 1 \text{ MN/m}^3$ (developed by the authors)

Таблица 2 / Table 2

**Квадрат частоты собственных колебаний
трубопровода в зависимости от внутреннего рабочего давления
при коэффициенте упругого отпора грунта $k = 5 \text{ МН/м}^3$**

**Pipeline natural vibration frequencies square depending on the internal
operating pressure at the elastic earth back pressure coefficient $k = 5 \text{ MN/m}^3$**

	Внутреннее рабочее давление p_0 Internal operating pressure p_0					
	0,0 МПа 0,0 MPa	1,0 МПа 1,0 MPa	2,0 МПа 2,0 MPa	3,0 МПа 3,0 MPa	4,0 МПа 4,0 MPa	5,0 МПа 5,0 MPa
	Частота собственных колебаний (Гц) для различных значений волновых чисел в окружном направлении m Natural frequency (Hz) for different values of wavenumbers in the circumferential direction m					
$m = 1$	36,28	36,28	36,28	36,28	36,28	36,28
$m = 2$	30,01	31,63	33,16	34,63	36,04	37,40
$m = 3$	32,91	36,75	40,22	43,42	46,40	49,19

Рисунок 4. Зависимость частот свободных колебаний наземного нефтепровода большого диаметра от волновых чисел m и внутреннего рабочего давления при $k = 5 \text{ МН/м}^3$ (разработано авторами)

Figure 4. Free vibration frequencies correspondence of a large-diameter ground oil pipeline on wavenumbers m and internal operating pressure at $k = 5 \text{ MN/m}^3$ (developed by the authors)

Таблица 3 / Table №3

**Квадрат частоты собственных колебаний
трубопровода в зависимости от внутреннего рабочего давления
при коэффициенте упругого отпора грунта $k = 10 \text{ МН/м}^3$**

**Pipeline natural vibration frequencies square depending on the internal
operating pressure at the elastic earth back pressure coefficient $k = 10 \text{ MN/m}^3$**

	Внутреннее рабочее давление p_0 Internal operating pressure p_0					
	0,0 МПа 0,0 MPa	1,0 МПа 1,0 MPa	2,0 МПа 2,0 MPa	3,0 МПа 3,0 MPa	4,0 МПа 4,0 MPa	5,0 МПа 5,0 MPa
	Частота собственных колебаний (Гц) для различных значений волновых чисел в окружном направлении m Natural frequency (Hz) for different values of wavenumbers in the circumferential direction m					
$m = 1$	36,63	36,63	36,63	36,63	36,63	36,63
$m = 2$	30,45	32,04	33,56	35,01	36,40	37,75
$m = 3$	33,31	37,40	40,55	43,72	46,68	49,46

Рисунок 5. Зависимость частот свободных колебаний наземного нефтепровода большого диаметра от волновых чисел m и внутреннего рабочего давления при $k = 10 \text{ МН/м}^3$ (разработано авторами)

Figure 5. Free vibration frequencies correspondence of a large-diameter ground oil pipeline on wavenumbers m and internal operating pressure at $k = 10 \text{ MN/m}^3$ (developed by the authors)

Далее исследовано влияние соотношения радиуса срединной поверхности к радиусу изгиба в продольном направлении ($r/R = 1/10$; $r/R = 1/15$; $r/R = 1/20$) на частоту оболочечных форм колебаний при $m = 2$ для различных значений коэффициента постели грунта k и различных значений внутреннего рабочего давления p_0 . Результаты расчётов сведены в таблицах 4–6, а так же отражены на рисунках 6–8 соответственно. Остальные характеристики остаются прежними, как в вышеуказанных расчетах.

Данные таблиц и графиков показывают:

1. Увеличение соотношения радиуса срединной поверхности трубопровода r к радиусу изгиба R позволяет отследить тенденцию роста частот ω_{mn} . Так например при $r/R = 1/10$ рост составляет 10 %, при $r/R = 1/15$ рост составляет 16 %, при $r/R = 1/20$ рост составляет почти на 22 %. Это объясняется тем, что площадь взаимодействия с грунтом увеличивается в связи с увеличением длины криволинейного участка.

2. С возрастанием коэффициента постели грунта — частота увеличивается, что так же свидетельствует об увеличении жёсткости трубопровода в следствии того, что грунт препятствует перемещению стенок трубы в зоне соприкосновения с грунтовой подушкой. Из данных приведённых в таблице 4 видно, что при $k = 0,0 \text{ МН/м}^3$ значение частоты равно $\omega_{12} = 31,16 \text{ Гц}$, при увеличении данного коэффициента до $k = 40,0 \text{ МН/м}^3$ частота возрастает и становится $\omega_{12} = 34,39 \text{ Гц}$.

3. Так же следует отметить, что при изменении соотношений параметра тонкостенности h/R от $1/30$ до $1/50$ частоты существенно

снижаются, например при $k = 5 \text{ МН/м}^3$ снижение составляет 53 %, это объясняется меньшей жесткостью участка трубопровода и меньшей металлоемкостью.

4. С увеличением внутреннего рабочего давления от 0 до 5 МПа и увеличения значений коэффициента постели грунта k от 0 до $50,0 \text{ МН/м}^3$ происходит увеличение частот свободных колебаний. Причем при более низком давлении тенденция роста более значительная при 0 Мпа рост — 12,4 %, при 5 Мпа — 8,4 %.

В целом следует отметить, что изменение геометрических размеров трубопровода и радиуса кривизны в продольном направлении существенно влияет на частоты свободных колебаний. С увеличением соотношения r/R и коэффициента постели грунта, рост частот достигает 10–15 % процентов.

Таблица 4 / Table 4

**Собственная частота трубопровода при $m = 2$ (Гц)
в зависимости от различных значений коэффициента упругого отпора грунта k**
**Pipeline Natural frequency at $m = 2$ (Hz) depending
on different values of the elastic earth back pressure coefficient k**

	Коэффициент упругого отпора грунта k Elastic earth back pressure coefficient					
	0,0 МН/м ³ 0,0 MN/m ³	5,0 МН/м ³ 5,0 MN/m ³	10,0 МН/м ³ 10,0 MN/m ³	20,0 МН/м ³ 20,0 MN/m ³	30,0 МН/м ³ 30,0 MN/m ³	40,0 МН/м ³ 40,0 MN/m ³
	Частоты свободных колебаний ω_{12} (Гц) Natural vibrations frequency ω_{12} (Hz)					
$r/R = 10$	31,16	31,58	32,00	32,81	33,61	34,39
$r/R = 15$	24,04	24,66	25,26	26,42	27,53	28,60
$r/R = 20$	19,48	20,24	20,98	22,37	23,69	24,93

Рисунок 6. Зависимость частот свободных колебаний наземного нефтепровода большого диаметра от соотношений r/R и коэффициента постели грунта k (разработано авторами)

Figure 6. Free vibration frequencies correspondence of a large-diameter ground oil pipeline on the r/R ratios and the soil bed coefficient k (developed by the authors)

Таблица 5 / Table 5

Собственная частота трубопровода при $m = 2$ в зависимости
от различных значений коэффициента упругого отпора грунта k

Pipeline Natural frequency at $m = 2$ depending
on different values of the elastic earth back pressure coefficient k

	Коэффициент упругого отпора грунта MN/m^3 Elastic earth back pressure coefficient MN/m^3					
	0	5	10	20	30	40
	Частоты свободных колебаний ω_{12} (Гц) Natural vibrations frequency ω_{12} (Hz)					
$h/R = 30$	66,98	67,29	67,60	68,23	68,84	69,45
$h/R = 40$	43,32	43,70	44,07	44,80	45,52	46,23
$h/R = 50$	31,16	31,58	32,00	32,81	33,61	34,39

Рисунок 7. Зависимость частот свободных колебаний наземного
нефтепровода большого диаметра от соотношений толщины стенки трубы
к радиусу h/r и коэффициента постели грунта k (разработано авторами)

Figure 7. Free vibration frequencies correspondence
of a large-diameter ground oil pipeline on the ratio of the pipe wall thickness
to the radius h/r and the soil bed coefficient k (developed by the authors)

Таблица 6 / Table 6

Собственная частота трубопровода при $m = 2$ (Гц) в зависимости
от различных значений коэффициента упругого отпора грунта k и внутреннего
рабочего давления p_0 при $h/R = 1/50$

Pipeline Natural frequency at $m = 2$ (Hz) depending
on different values of the elastic earth back pressure coefficient
 k and internal operating pressure p_0 at $h/R = 1/50$

	Коэффициент упругого отпора грунта k Elastic earth back pressure coefficient k						
	0,0 MN/m^3 0,0 MN/m^3	5,0 MN/m^3 5,0 MN/m^3	10,0 MN/m^3 10,0 MN/m^3	20,0 MN/m^3 20,0 MN/m^3	30,0 MN/m^3 30,0 MN/m^3	40,0 MN/m^3 40,0 MN/m^3	50,0 MN/m^3 50,0 MN/m^3
	Частоты свободных колебаний ω_{12} (Гц) Natural vibrations frequency ω_{12} (Hz)						
0,0 МПа	29,58	30,02	30,46	31,32	32,15	32,96	33,76
1,0 МПа	31,22	31,64	32,05	32,86	33,66	34,44	35,20
2,0 МПа	32,77	33,18	33,57	34,35	35,11	35,85	36,58
3,0 МПа	34,26	34,65	35,03	35,77	36,51	37,22	37,93
4,0 МПа	35,69	36,06	36,42	37,14	37,85	38,53	39,21
5,0 МПа	37,06	37,41	37,76	38,45	39,14	39,8	40,46

Рисунок 8. Зависимость частот свободных колебаний наземного нефтепровода большого диаметра от внутреннего рабочего давления и коэффициента постели грунта k (разработано авторами)

Figure 8. Free vibration frequencies correspondence of a large-diameter ground oil pipeline on the internal operating pressure and the soil bed coefficient k (developed by the authors)

Заключение

Conclusion

Полученные решения вносят вклад в развитие теории колебаний тонкостенных оболочек и позволяют учесть большее количество факторов влияющих на частоты свободных колебаний, что позволяет более точно производить отстройку системы от резонанса.

Результаты данной работы можно использовать на стадии проектирования магистральных трубопроводов или во время эксплуатации, или, например, когда необходимо произвести замену устаревшего насосного оборудования на новое более производительное с другими динамическими характеристиками.

В расчётах, изложенных выше, значения частот собственных колебаний составляют 40–70 Гц для наземных тороидальных нефтепроводов и близки к частотам вращения вала насосных установок или же могут получиться равными им (частота насоса типа НМ равна 50 Гц). Следовательно, для исключения резонансных явлений на участках ближе 20 километров от насосных станций следует особо тщательно выполнять отстройку трубопровода с использованием методики приведённой в данной статье.

Поскольку собственные частоты напрямую зависят от внутреннего рабочего давления, параметра тонкостенности, параметра кривизны участка, а также величины коэффициента постели, то отстройку трубопровода с целью повышения частотных характеристик следует выполнить, увеличивая параметр p_0 , использовать грунтовые условия с более высоким коэффициентом постели грунта или же применять трубопроводы с более толстой стенкой.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Разов, И.О.** Напряжения и перемещения на контактной поверхности наземного трубопровода большого диаметра / И.О. Разов // Вестник гражданских инженеров. — 2015. — № 3. — С. 105–108. — URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=23730197> (дата обращения: 14.01.2021).
2. **Дмитриев, А.В.** Исследование параметра длины и продольной сжимающей силы по определению частот свободных колебаний подземных тонкостенных газопроводов большого диаметра / А.В. Дмитриев, В.Г. Соколов, А.В. Березнев. — DOI <https://doi.org/10.15862/40SATS319> // Транспортные сооружения. — 2019. — Т. 6. — № 3. — С. 40SATS319. — URL: <https://t-s.today/40SATS319.html> (дата обращения: 14.01.2021).
3. **Ишемгузин, И.Е.** Демпфирование параметрических колебаний трубопровода / И.Е. Ишемгузин, Т.И. Габбасов, И.А. Шаммазов, М.Р. Ситдилов, М.А. Кочевков // Нефтегазовое дело. — 2011. — № 3. — С. 84–93. — URL: http://ogbus.ru/files/ogbus/authors/IshemguzhinIE/IshemguzhinIE_2.pdf (дата обращения: 14.01.2021).
4. **Ning, W.-B.** Dynamic and Stability Response of a Cylindrical Shell Subjected to Viscous Annular Flow and Thermal Load / W.-B. Ning, D.-Z. Wang. — DOI <https://doi.org/10.1142/S0219455415500728> // International Journal of Structural Stability and Dynamics. — 2016. — Т. 16. — № 10. — С. 1550072. — URL: <https://www.worldscientific.com/doi/abs/10.1142/S0219455415500728> (дата обращения: 14.01.2021).
5. **Paidoussis, M.** Fluid-Structure Interactions: Volume 1: Slender Structures and Axial Flow. 2nd edition. / M. Paidoussis. — Валлингфорд: Elsevier Science, 2014. — 888 с.
6. **Paidoussis, M.** Fluid-Structure Interactions: Volume 2: Slender Structures and Axial Flow. 2nd edition. / M. Paidoussis. — Валлингфорд: Elsevier Science, 2016. — 942 с.
7. **Levin, L.** Recherches sur la réponse de coques cylindriques à des excitations hydrodynamiques [Исследование отклика цилиндрических оболочек на гидродинамические возбуждения.] / L. Levin, D. Milan, G. Payan. — DOI <https://doi.org/10.1051/lhb/1971034> // La Houille Blanche [Белый уголь]. — 2010. — Т. 57. — № 6. — С. 505–512. — URL: <https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1051/lhb/1971034> (дата обращения: 28.01.2021). — (На фраз. яз.).
8. **Khudayarov, B.A.** The effect of two-parameter of Pasternak foundations on the oscillations of composite pipelines conveying gas-containing fluids / B.A. Khudayarov, Kh.M. Komilova, F.Zh. Turaev. — DOI <https://doi.org/10.1016/j.iipvp.2019.103946> // International Journal of Pressure Vessels and Piping. — 2019. — Т. 176. — С. 103946. — URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0308016119301358> (дата обращения: 26.01.2021).
9. **Gao, Fp.** Flow-pipe-soil coupling mechanisms and predictions for submarine pipeline instability / Fp. Gao. — DOI [https://doi.org/10.1016/S1001-6058\(16\)60787-4](https://doi.org/10.1016/S1001-6058(16)60787-4) // Journal of Hydrodynamics. — 2017. — Т. 29. — № 5. — С. 763–773. — URL: <https://link.springer.com/article/10.1016%2FS1001-6058%2816%2960787-4> (дата обращения: 26.01.2021).
10. **Березнев, А.В.** Частоты и формы собственных колебаний криволинейных участков стальных и полиэтиленовых трубопроводов с протекающей жидкостью / А.В. Березнев // Вестник гражданских инженеров. — 2005. — № 3. — С. 20–24. — URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=12870859> (дата обращения: 28.01.2021).

11. **Mingliang, X.** The effect of non-linear interaction between gas and particle velocities on the hydrodynamic stability in the Blasius boundary layer / X. Mingliang, L. Jianzhong, Z. Huaichun. — DOI <https://doi.org/10.1016/j.ijnonlinmec.2008.09.006> // International Journal of Non-Linear Mechanics. — 2009. — Т 44. — № 1. — С. 106–114. — URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0020746208001674> (дата обращения: 26.01.2021).
12. **Булыгин, А.В.** Колебания и устойчивость тороидальной оболочки, нагруженной нормальным давлением / А.В. Булыгин // Известия высших учебных заведений, Авиационная техника. — 1981. — № 2. — С. 18–22.
13. **Соколов, В.Г.** Собственные колебания тонкостенной тороидальной оболочки с учётом протекающей жидкости. Монография / В.Г. Соколов, А.В. Березнёв, Ю.В. Огороднова. — Тюмень: ТИУ, 2017. — 78 с.

Сведения об авторах:

Соколов Владимир Григорьевич — доктор технических наук, доцент, профессор кафедры «Строительной механики», ФГБОУ ВО «Тюменский индустриальный университет», Тюмень, Россия, e-mail: sokolovvg@tyuiu.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-7569-5164>

РИНЦ: https://elibrary.ru/author_profile.asp?id=524484

Разов Игорь Олегович — кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры «Строительной механики», ФГБОУ ВО «Тюменский индустриальный университет», Тюмень, Россия, e-mail: razovio@mail.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-4829-7080>

РИНЦ: https://elibrary.ru/author_items.asp?authorid=816920

Мальцева Татьяна Владимировна — доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры «Строительной механики», ФГБОУ ВО «Тюменский индустриальный университет», Тюмень, Россия, e-mail: maltsevatv@tyuiu.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0274-0673>

РИНЦ: https://elibrary.ru/author_profile.asp?id=632046

Publons: <https://publons.com/researcher/1692789/tatyana-maltseva/>

SCOPUS: <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=57190863290>

Статья получена: 29.03.2021. Принята к публикации: 01.12.2021. Опубликовано онлайн: 15.12.2021.

REFERENCES

1. Razov I.O. Tensions And Displacements on The Contact Surface of The Large Diameter Ground-Surface Pipeline. *Vestnik grazhdanskikh inzhenerov — Bulletin of Civil Engineers*. 2015; (3): 105–108. Available at: <https://elibrary.ru/item.asp?id=23730197> (accessed 14th January 2021). (In Russ., abstract in Eng.).
2. Dmitriev A.V., Sokolov V.G., Berезnev A.V. A study of the length parameter and the longitudinal compressive forces in the determination of frequencies of free vibrations of thin-walled underground pipelines of large diameter. *Russian Journal of Transport Engineering*. 2019; 6(3): 40SATS319. (In Russ., abstract in Eng.) DOI: <https://doi.org/10.15862/40SATS319>.
3. Ishemguzhin I.E., Gabbasov T.I., Shammazov I.A., Sitdikov M.R., Kochekov M.A. Damping Parametric Vibrations of The Pipeline. *Oil and Gas Business*. 2011; (3): 84–93. Available at: http://ogbus.ru/files/ogbus/authors/IshemguzhinIE/IshemguzhinIE_2.pdf (accessed 14th January 2021). (In Russ., abstract in Eng.).
4. Ning W.-B., Wang D.-Z. Dynamic and Stability Response of a Cylindrical Shell Subjected to Viscous Annular Flow and Thermal Load. *International Journal of Structural Stability and Dynamics*. 2016; 16(10): 1550072. (In Eng.) DOI: <https://doi.org/10.1142/S0219455415500728>.
5. Paidoussis M. Fluid-Structure Interactions: Volume 1: Slender Structures and Axial Flow. Wallingford: Elsevier Science; 2014. (In Eng.).

6. Paidoussis M. Fluid-Structure Interactions: Volume 2: Slender Structures and Axial Flow. 2nd edition. Wallingford: Elsevier Science; 2016. (In Eng.).
7. Levin L., Milan D., Payan G. Recherches sur la réponse de coques cylindriques à des excitations hydrodynamiques [Research on the response of cylindrical shells to hydrodynamic excitations]. *La Houille Blanche [The White Coal]*. 2010; 57(6): 505–512. (In French) DOI: <https://doi.org/10.1051/lhb/1971034>.
8. Khudayarov B.A., Komilova Kh.M., Turaev F.Zh. The effect of two-parameter of Pasternak foundations on the oscillations of composite pipelines conveying gas-containing fluids. *International Journal of Pressure Vessels and Piping*. 2019; 176: 103946. (In Eng.) DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijpvp.2019.103946>.
9. Gao Fp. Flow-pipe-soil coupling mechanisms and predictions for submarine pipeline instability. *Journal of Hydrodynamics*. 2017; 29(5): 763–773. (In Eng.) DOI: [https://doi.org/10.1016/S1001-6058\(16\)60787-4](https://doi.org/10.1016/S1001-6058(16)60787-4).
10. Bereznev A.V. Natural Frequencies and Modes for Curved Sections of Steel and Polyethylene Pipes with Fluid. *Vestnik grazhdanskikh inzhenerov — Bulletin of Civil Engineers*. 2005; (3): 20–24. Available at: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=12870859> (accessed 28th January 2021). (In Russ., abstract in Eng.).
11. Mingliang X., Jianzhong L., Huaichun Z. The effect of non-linear interaction between gas and particle velocities on the hydrodynamic stability in the Blasius boundary layer. *International Journal of Non-Linear Mechanics*. 2009; 44(1): 106–114. (In Eng.) DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijnonlinmec.2008.09.006>.
12. Bulygin A.V. [Vibrations and stability of a toroidal shell loaded with normal pressure]. *Izv. VUZ. Aviatsionnaya Tekhnika*. 1981; (2): 18–22. (In Russ.).
13. Sokolov V.G., Bereznev A.V., Ogorodnova Yu.V. [Natural vibrations of a thin-walled toroidal shell taking into account the flowing liquid. Monograph]. Tyumen': TIYU; 2017. (In Russ.).

Information about the authors:

Vladimir G. Sokolov — Industrial University of Tyumen, Tyumen, Russia, e-mail: 006641@pnu.edu.ru
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-7569-5164>
RSCI: https://elibrary.ru/author_profile.asp?id=524484

Igor' O. Razov — Industrial University of Tyumen, Tyumen, Russia, e-mail: 006641@pnu.edu.ru
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-4829-7080>
RSCI: https://elibrary.ru/author_items.asp?authorid=816920

Tatyana V. Maltseva — Industrial University of Tyumen, Tyumen, Russia, e-mail: 006641@pnu.edu.ru
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0274-0673>
RSCI: https://elibrary.ru/author_profile.asp?id=632046
Publons: <https://publons.com/researcher/1692789/tatyana-maltseva/>
SCOPUS: <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=57190863290>

Submitted: 29th March 2021. Revised: 1st December 2021. Published online: 15th December 2021.