

Интернет-журнал «Транспортные сооружения» / Russian Journal of Transport Engineering <https://t-s.today>

2024, Том 11, № 3 / 2024, Vol. 11, Iss. 3 <https://t-s.today/issue-3-2024.html>

URL: <https://t-s.today/PDF/08SATS324.pdf>

DOI: 10.15862/08SATS324 (<https://doi.org/10.15862/08SATS324>)

2.1.8. Проектирование и строительство дорог, метрополитенов, аэродромов, мостов и транспортных тоннелей (технические науки)

Применение деформационного подхода к моделированию поведения железобетонной плиты проезжей части моста с учетом совместного воздействия силового и температурного факторов

¹Ахмаджонов М.З., ^{1, 2, 3}Валиев Ш.Н., ^{2, 4, 5}Овчинников И.Г.

¹ФГБОУ ВО «Московский автомобильно-дорожный
государственный технический университет», Москва, Россия

²ФГБОУ ВО «Тюменский индустриальный университет», Тюмень, Россия

³ООО «Малое инновационное предприятие
«Научно-Инженерный Центр Мостов и Сооружений», Москва, Россия

⁴ФГАОУ ВО «Пермский национальный
исследовательский политехнический университет», Пермь, Россия

⁵ФГБОУ ВО «Уральский государственный университет путей сообщения», Екатеринбург, Россия

Автор, ответственный за переписку: Овчинников Игорь Георгиевич, e-mail: bridgesar@mail.ru

Аннотация. В статье предложена методика построения нелинейной деформационной модели плиты проезжей части моста из железобетона с дорожной одеждой на ней, работающих в условиях сухого и жаркого климата, характерного для республики Узбекистан. С использованием этой методики получено дифференциальное уравнение, описывающее изгиб плиты проезжей части с многослойной дорожной одеждой, подвергающихся совместному действию нагрузки и теплового поля. При этом учитывается изменение свойств материалов дорожной одежды от температуры. Исследовано две возможных ситуации: нестационарный кондуктивный теплоперенос и стационарный кондуктивный теплоперенос четырехслойной конструкции, включающей железобетонную плиту проезжей части и трехслойную дорожную одежду на ней. С использованием имеющихся экспериментальных данных произведена и идентификация моделей слоев дорожной одежды при разных уровнях температуры. Полученные нелинейные дифференциальные уравнения позволяют исследовать поведение железобетонной плиты проезжей части моста с многослойной дорожной одеждой на ней на совместной действие

стационарной нагрузки и температуры, и определять напряженно-деформированное состояние каждого слоя с учетом нелинейной и неодинаковой работы материалов слоев на растяжение и сжатие. В дальнейшем представляет интерес построение и использование моделей, основанных на деформационном подходе, учитывающих совместное воздействие и нагрузки, и температуры, и агрессивной окружающей среды, приводящих к появлению и наведенной неоднородности и наведенной анизотропии свойств материалов, составляющих проезжую часть мостового сооружения, а также моделей, учитывающих динамическое воздействие нагрузки на мост. Также интерес представляет использование концепции экологически рационального проектирования мостовых сооружений, применительно к проектированию проезжей части мостов.

Ключевые слова: деформационный подход; моделирование; мостостроение; плита проезжей части; дорожная одежда; тепловое воздействие; сухой и жаркий климат; напряженно-деформированное состояние

Application of deformation approach to reinforced concrete slab behaviour simulation of bridge roadway taking into account the combined effect of force and temperature factors

¹Mirali Z. Akhmadjonov, ^{1, 2, 3}Sherali N. Valiev, ^{2, 4, 5}Igor G. Ovchinnikov

¹Moscow Automobile and Road Construction State Technical University, Moscow, Russia

²Industrial University of Tyumen, Tyumen, Russia

³Small Innovative Enterprise «Scientific and Engineering Center of Bridges and Structures», Moscow, Russia

⁴Perm National Research Polytechnic University, Perm, Russia

⁵Ural State University of Railway Transport, Ekaterinburg, Russia

Corresponding author: Igor G. Ovchinnikov, e-mail: bridgesar@mail.ru

Abstract. The article proposes a methodology for building a nonlinear deformation model of the reinforced concrete bridge roadway slab with a pavement on it, operating under conditions of dry and hot climate, typical for the Republic of Uzbekistan. Using this technique, a differential equation describing the bending of the roadway slab with multilayer pavement subjected to the joint action of load and thermal field is obtained. The change in the properties of the pavement materials due to temperature is taken into account. Two possible situations are investigated: unsteady conductive heat transfer and steady-state conductive heat transfer of a four-layer structure including a reinforced concrete roadway slab and a three-layer pavement on it. Using the available experimental data, pavement layers model identification at different temperature levels is also performed. The obtained nonlinear differential equations make it possible to study the behaviour of a bridge roadway reinforced concrete slab with a multilayer pavement on it under the

joint action of stationary load and temperature, and to determine the stress-strain state of each layer taking into account the nonlinear and unequal work of the materials of the layers in tension and compression. Henceforth, it is of interest to build and use models based on the deformation approach, taking into account the joint effect of load, temperature and aggressive environment, leading to the appearance induced nonhomogeneity as well as induced anisotropy of the materials properties that make up the roadway of the bridge structure, as well as models that take into account the dynamic impact of the load on the bridge. Also of interest is the use of the concept of ecologically rational bridge structures design, as applied to the design of the bridges roadway.

Keywords: deformation approach; modelling; bridge engineering; roadway slab; pavement; thermal effects; dry and hot climate; stress-strain state

Данная статья доступна по лицензии Creative Commons “Attribution” («Атрибуция») 4.0 Всемирная

This article is available under the Creative Commons “Attribution” 4.0 Global License



Введение

Introduction

Вопросы проектирования и расчета мостовых сооружений в условиях Узбекистана рассматривается в ряде работ [1–4]. В этих работах отмечается, что в последнее время одним из эффективных нетрадиционных способов строительства мостовых сооружений является использование монолитного железобетона. При этом расчет железобетонных мостовых сооружений проводится с применением подходов, не отражающих реальные условия их работы. Поэтому в [5; 6] отмечается то, что расчет железобетонных конструкций проводится по методологии предельных состояний, когда рассматриваются опасные сечения элементов, находящихся под действием некоторой предельной нагрузки. При анализе задается вид эпюр напряжений и в бетоне и в арматуре, а в процессе расчета из условия равновесия находятся значения характерных точек этих эпюр.

Однако в последнее время согласно Своду правил¹ для расчета железобетонных конструкций может применяться и метод предельных состояний, и нелинейные деформационные модели, с использованием которых более корректно определяется напряженно-деформированное состояние. Так как влияние сухого и засушливого климата Узбекистана является весьма важным фактором, учет которого необходим, то представляет значительный интерес построение деформационных моделей деформирования железобетонных элементов мостовых сооружений, подвергающихся совместному воздействию нагрузки и температуры.

Применение деформационного подхода для построения модели деформирования железобетонной плиты проезжей части с уложенной на ней дорожной одеждой

Application of deformation approach for model building of reinforced concrete roadway slab deformation with pavement placed on it

В настоящей работе железобетонная плита проезжей части моста с уложенной на ней дорожной одеждой на ней рассматривается как многослойная пластина, причем модель её деформирования состоит из модели конструктивного элемента — многослойной пластины, модели

¹ СП 63.13330.2012. Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения. Актуализированная редакция СНиП 52-01-2003.

статического нагружения пластины, модели температурного воздействия окружающей среды, а также моделей деформирования слоев пластины и модели разрушения. Далее рассмотрим каждую из этих моделей.

Модель деформирования многослойной пластины

Deformation model of a multilayer plate

Считается, что применимы гипотезы технической теории пластин и рассматривается бесконечно малый элемент пластины dx и dy , подвергающийся действию нагрузки интенсивностью p и приложенных к элементу усилий (рис. 1).

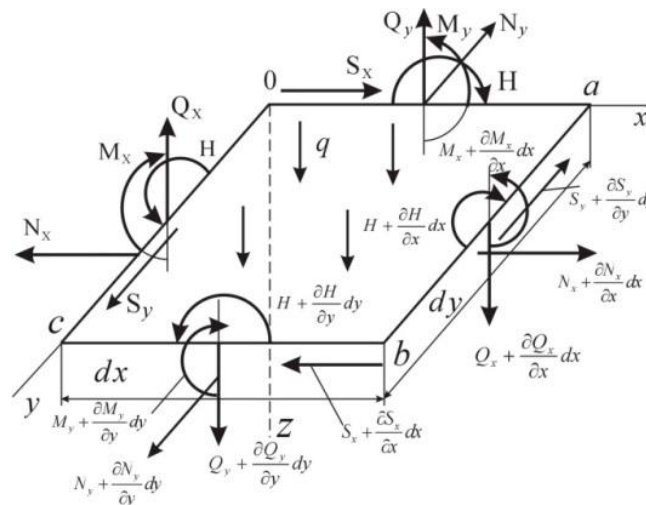


Рисунок 1. Действие силовых факторов на элемент пластины (составлен авторами)

Figure 1. Force factors impact on the plate element (compiled by the authors)

Составляя сумму проекций всех силовых факторов на вертикальную ось, запишем:

$$\left(Q_x + \frac{\partial Q_x}{\partial x} dx\right) dy - Q_x dy + \left(Q_y + \frac{\partial Q_y}{\partial y} dy\right) dx - Q_y dx + q dx dy = 0.$$

Приведем это уравнение к виду:

$$\frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} = -p. \quad (1)$$

Суммируя моменты силовых факторов относительно оси y получим:

$$\begin{aligned} &\left(M_x + \frac{\partial M_x}{\partial x} dx\right) dy - M_x dy + \left(H + \frac{\partial H}{\partial y} dy\right) dx - H dx - \left(Q_x + \frac{\partial Q_x}{\partial x} dx\right) dy dx + \\ &+ Q_y dx \frac{dx}{2} - \left(Q_y + \frac{\partial Q_y}{\partial y} dy\right) dx \frac{dx}{2} - q dx dy \frac{dx}{2} = 0. \end{aligned}$$

Приведем подобные члены:

$$\frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial H}{\partial y} = Q_x. \quad (2)$$

Суммируя моменты относительно оси x получим:

$$\frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial M_y}{\partial y} = Q_y. \quad (3)$$

Система уравнений (1)-(3) может быть приведена к виду:

$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 H}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} = -p. \quad (4)$$

Модель нагружения пластины

Plate loading model

Во время эксплуатации плита проезжей части вместе с дорожной одеждой подвергаются совместному воздействию температуры и транспортного потока, включающего автомобили разной грузоподъемности, габаритов, количества осей, разной нагрузки на оси. Дорожная одежда передает нагрузку от транспорта на несущие конструкции мостового сооружения и сама подвергается истирающему воздействию колес проходящего транспорта. На дорожную одежду действует вертикальная нагрузка, горизонтальная продольная нагрузка от торможения и ускорения, а также усилия, вызванные перемещением пролетного строения, его прогибами, колебаниями, температурными воздействиями. Также следует учитывать нагрузку от плиты проезжей части и дорожной одежды.

Модель температурного воздействия

Temperature influence model

На плиту проезжей части вместе с дорожной одеждой действует температура, неоднородно распределенная по их поверхности и толщине. Действию температуры, в результате меняются свойства материалов дорожной одежды и железобетонной плиты проезжей части, а также появляются температурные деформации.

Дорожная одежда вместе с плитой проезжей части являются представляющей многослойной конструкцией, и потому необходимо определить температурное поле, действующее на эту конструкцию, зависящее от координат x , y , z рассматриваемых точек конструкции и времени t :

$$T = f(x, y, z, t), \quad (5)$$

Если температурное поле многослойной конструкции нестационарное, то температура произвольной точки конструкции зависит и от координат точки и от времени, как записано в (5). Температурное поле в многослойной конструкции находится путем решения уравнения теплопроводности [7]:

$$\frac{\partial T_j}{\partial t} = a_j \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right), \quad (6)$$

где T_j — температура j -го слоя; a_j — соответственно коэффициент теплопроводности. Для имеющего место соотношения толщины и размеров в плане можно полагать, что на конструкцию действует одномерное температурное поле, распределенное по координате z , вследствие чего уравнение (6) упрощается:

$$\frac{\partial T_j}{\partial t} = a_j \frac{\partial^2 T_j}{\partial z^2}, \quad (7)$$

где

$$a_j = \frac{\lambda_j}{\rho_j \cdot c_j}, \quad (8)$$

ρ_j — плотность материала слоя; λ_j — коэффициент теплопроводности материала слоя; c_j — его удельная теплоемкость.

Если температура изменяется достаточно медленно во времени, то можно предположить $\frac{\partial T_j}{\partial t} = 0$, и тогда (7) еще более упростится и примет вид:

$$a_j \frac{d^2 T_j}{dz^2} = 0, \quad (9)$$

с соответствующими граничными условиями.

Температура поверхности дорожной одежды и нижней поверхности плиты определяются температурой наружной среды.

На этих поверхностях реализуются граничные условия первого рода:

$$T_{ниж}(t) = f_1(t), T_{верх}(t) = f_2(t), \quad (10)$$

где $T_{ниж}(t)$ и $T_{верх}(t)$ — соответственно температура нижней и верхней поверхности пластины. Если температура поверхностей пластины постоянна все время, то $T_{ниж}(t) = T_1 = const$; $T_{верх}(t) = T_2 = const$.

Между слоями многослойной платины имеет место теплообмен, который описывается граничными условиями четвертого рода, при которых равны и температуры соприкасающихся поверхностей и потоки тепла:

$$T_{\Gamma_j}(t) = T_{\Gamma_{j+1}}(t), \quad j = 1, 2, 3 \dots n. \quad (11)$$

$$-\lambda_j \left(\frac{\partial T_j}{\partial n} \right)_{\Gamma_j} = -\lambda_{j+1} \left(\frac{\partial T_{j+1}}{\partial n} \right)_{\Gamma_{j+1}}. \quad (12)$$

Проанализируем температурное воздействие окружающей среды на мостовое полотно

Let us analyse the temperature effect of the environment on the bridge deck

Следуя [8] считаем, что на поверхность дорожной одежды действуют такие факторы: температура окружающего воздуха; прямая и рассеянная солнечная радиация; атмосферное излучение и конвекция воздуха.

Полагаем, что нижняя поверхность железобетонной плиты испытывает конвективный теплообмен с воздухом, температура которого изменяется. Поэтому согласно рисунку 2 полный тепловой поток на поверхности дорожной одежды $q_{RES}(t)$ состоит из теплового потока солнечной радиации $q_s(t)$, радиационного теплового потока $q_r(t)$ и конвективного теплового потока $q_c(t)$:

$$q_{RES}(t) = q_s(t) + q_r(t) + q_c(t). \quad (13)$$

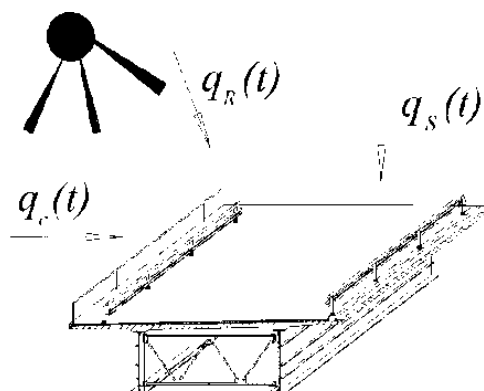


Рисунок 2. Воздействие температуры окружающей среды на мостовое сооружение (составлено авторами)

Figure 2. Ambient temperature impact on the bridge structure (compiled by the authors)

Плотность потока солнечной радиации $q_s(t)$ находится согласно [9]:

$$q_s(t) = A_s \cdot Q_{inc}(t), \quad (14)$$

где A_S — коэффициент поглощения солнечной радиации; $Q_{inc}(t)$ — интенсивность солнечной радиации [10]:

$$Q_{inc}(t) = \begin{cases} 0, & 0 \leq t \leq t_1, \\ Q_{\max} \sin^p \left[\frac{\pi(t-t_1)}{t_1} \right], & t_1 \leq t \leq 12, \\ Q_{\max} \sin^q \left[\frac{\pi(t-t_1)}{t_2} \right], & 12 \leq t \leq t_3, \\ 0, & t_3 \leq t \leq 24, \end{cases} \quad (15)$$

где $Q_{\max}$ — среднемесячное значение интенсивности суммарной солнечной радиации, достигаемой в полдень; t_1 — время от полуночи до восхода; t_2 — длительность светового дня; t_3 — время захода Солнца; p, q — постоянные.

Радиационный тепловой [10]:

$$q_R(t) = \varepsilon \cdot Sb \cdot (T_{sky}^4 - T_{s,0}^4), \quad (16)$$

где $T_{sky}(t) = \{1 - c_1 \exp[-c_2(273,1 - T_{a,0})^2]\}^{0,25} T_{a,0}(t)$; ε — степень черноты поверхности; Sb — постоянная Стефана — Больцмана; $T_{s,0}$ — температура поверхности дорожной одежды; T_{sky} — эквивалентная температура неба; $c_1 = 0,261$; $c_2 = 0,771 \times 10^{-3}$, K^{-2} ; $T_{a,0}(t)$ — закон изменения суточной среднемесячной температуры:

$$T_{a,0}(t) = \bar{T}_{a,0} + a \cos(\omega t - b), \quad (17)$$

где $\bar{T}_{a,0}$ — среднее значение температуры; a, b, ω — амплитуда, фазовый угол и круговая частота.

Нагретая днем поверхность дорожной одежды охлаждается ветровым потоком, то есть происходит конвективный теплообмен, зависящий от скорости ветра и расположения по высоте моста. Плотность этого потока [9]:

$$q_{c, \text{верх}}(t) = \alpha_{c,0} [T_{a,0}(t) - T_{s,0}], \quad \alpha_{c,0} = 5,8 + 4,1 \cdot V, \quad (18)$$

$$V = V_m (H / H_m)^n,$$

здесь $\alpha_{c, \text{верх}}$ — коэффициент конвективной теплоотдачи от воздуха к верхней поверхности дорожной одежды; V, V_m — средние скорости ветра на высотах H и флюгера² H_m ; n — характеристика неровности местности [9].

² Справочник по климату СССР. Ветер. Вып. 20; Ч. 3. — Л.: Гидрометеорологическое изд-во, 1956. — 576 с.

Между нижней поверхностью плиты проезжей части и воздухом имеет место конвективный теплообмен, что дает [9]:

$$q_{c,ниж} = \alpha_{c,i}(T_{a,i} - T_{s,i}), \quad (19)$$

где $\alpha_{c,i}$ — коэффициент конвективной теплоотдачи; $T_{a,i}$ — температура под плитой проезжей части; $T_{s,i}$ — температура внутренней поверхности плиты.

Модель нестационарного кондуктивного теплопереноса в многослойном пакете

Nonstationary conductive heat transfer model in a multilayer package

Принимается, что неоднородность температурного поля по толщине дорожной одежды определяется тепловым контактом слоев с учетом конвекции воздуха под плитой проезжей части. Для определения характера распределения температурного поля необходимо решить краевую задачу теплопроводности. Далее полагаем, что дорожная одежда и железобетонная плита представляют собой пластину из 4 слоев (рис. 3), запишем:

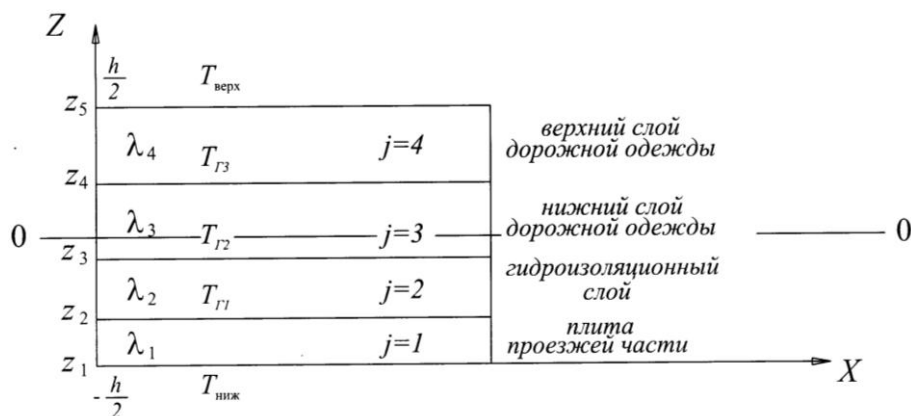


Рисунок 3. Схема четырехслойной пластины для определения теплового поля (составлен авторами)

Figure 3. Four-layer plate schematic for determining the thermal field (compiled by the authors)

$$\frac{\partial T_j}{\partial t} = a_j \frac{\partial^2 T_j}{\partial z^2}, z_j < z < z_{j+1}, j = 1, 2, 3, 4, \quad (20)$$

$$-\lambda_4 \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=z_5} = q_{RES}(t) = q_s(t) + q_R(t) + q_c(t), \quad (21)$$

$$-\lambda_4 \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z_4+0} = -\lambda_3 \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z_4-0}, \quad (22)$$

$$T_{\Gamma 4}(z_4) = T_{\Gamma 3}(z_4), \quad (23)$$

$$-\lambda_3 \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z_3+0} = -\lambda_2 \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z_3-0}, \quad (24)$$

$$T_{\Gamma 3}(z_3) = T_{\Gamma 2}(z_3), \quad (25)$$

$$-\lambda_2 \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z_2+0} = -\lambda_1 \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z_2-0}, \quad (26)$$

$$T_{\Gamma 2}(z_2) = T_{\Gamma 1}(z_2), \quad (27)$$

$$\lambda_1 \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=z_5} = q_{c, \text{ниж}}(t), \quad (28)$$

$$T(z, t_0) = T_0, \quad (29)$$

где T_j — температура j -го слоя; a_j — коэффициент температуропроводности j -го слоя; z — вертикальная координата; z_1, z_2, z_3, z_4, z_5 — ординаты границ слоев пластины; T_0 — начальная температура; t_0 — время начала теплового воздействия; $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$ — соответствующие коэффициенты теплопроводности.

Поведение неустановившихся внешних и квазистационарных внутренних тепловых потоков описывается уравнениями (16)–(19) с граничными условиями (21), (28).

Рассмотренная модель нестационарного теплового состояния многослойной пластины, (20)–(29) моделирует тепловое поведение этой пластины при больших градиентах температуры и тепловых воздействиях внешней среды.

Модель стационарного кондуктивного теплопереноса в многослойном пакете

Stationary conductive heat transfer model in a multilayer package

Полагаем, что имеет место одномерное температурное поле по толщине четырехслойной пластины (рис. 3). Закономерность распределения температурного поля по толщине этой пластины определяется двумя способами в зависимости от режима воздействия температуры.

Способ 1. Полагаем, что на верхнюю поверхность пластины действует тепловой поток $q_{\text{RES}}(t)$, а нижняя подвергается конвективному теплообмену с воздухом $q_c(t)$. В этом случае распределение температуры по толщине определится решением краевой задачи теплопроводности:

$$a_j \frac{\partial^2 T_j}{\partial z^2} = 0, z_j < z < z_{j+1}, j = 1, 2, 3, 4, \quad (30)$$

$$-\lambda_4 \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=z_5} = q_{RES}(t) = q_S(t) + q_R(t) + q_c(t), \quad (31)$$

$$-\lambda_4 \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z_4+0} = -\lambda_3 \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z_4-0}, \quad (32)$$

$$T_{\Gamma 4}(z_4) = T_{\Gamma 3}(z_4), \quad (33)$$

$$-\lambda_3 \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z_3+0} = -\lambda_2 \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z_3-0}, \quad (34)$$

$$T_{\Gamma 3}(z_3) = T_{\Gamma 2}(z_3), \quad (35)$$

$$-\lambda_2 \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z_2+0} = -\lambda_1 \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z_2-0}, \quad (36)$$

$$T_{\Gamma 2}(z_2) = T_{\Gamma 1}(z_2) \quad (37)$$

$$\lambda_1 \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=z_5} = q_{c,ниж}(t), \quad (39)$$

$$T(z, t_0) = T_0, \quad (39)$$

где T_j , a_j и λ_j — температура и коэффициенты теплопроводности j -го слоя; z — ордината; z_1, z_2, z_3, z_4, z_5 — ординаты границ слоев; T_0 — начальная температура; t_0 — время начала теплового воздействия.

Способ 2. При задании температур на наружных поверхностях пластины используется следующая схема расчета. Пусть на поверхностях приложена температура $T_{ниж}$ и $T_{верх}$, то есть, смоделированы граничные условия первого рода. Тогда, интегрирование (9) дает для каждого слоя:

$$\begin{aligned} 1 \text{ слой } a_1 \cdot T_1(z) &= c_1 \cdot z + c_2, \\ 2 \text{ слой } a_2 \cdot T_2(z) &= k_1 \cdot z + k_2, \\ 3 \text{ слой } a_3 \cdot T_3(z) &= g_1 \cdot z + g_2, \\ 4 \text{ слой } a_4 \cdot T_4(z) &= r_1 \cdot z + r_2, \end{aligned} \quad (40)$$

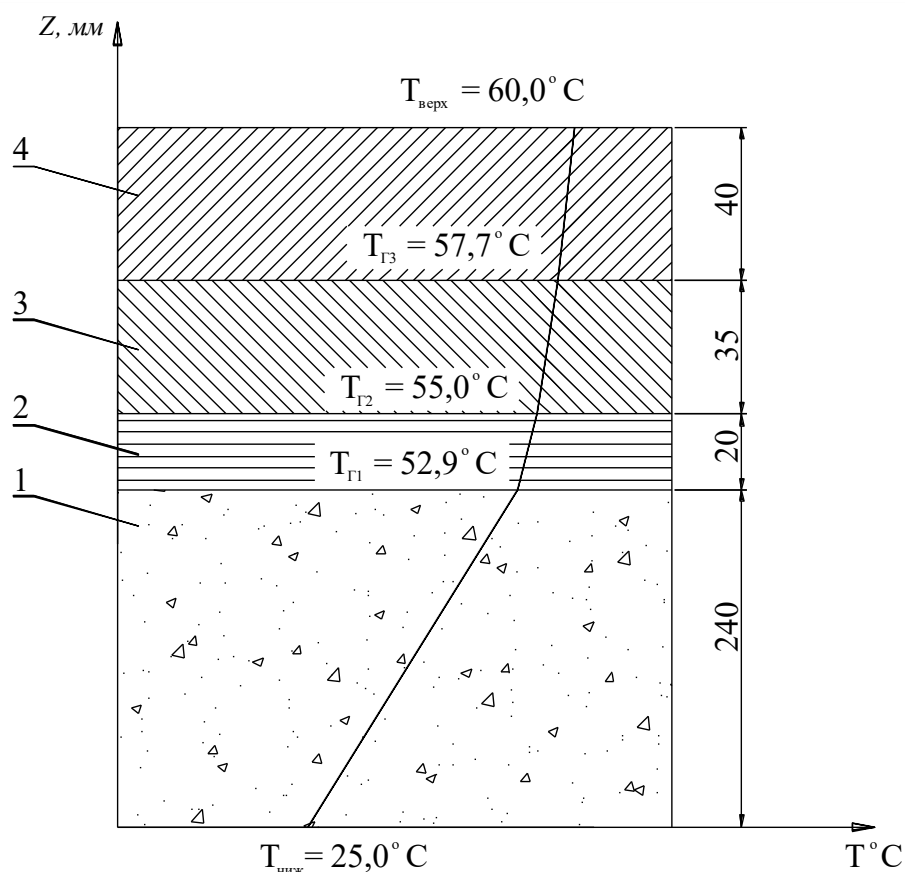
где a_1, a_2, a_3, a_4 — коэффициенты теплопроводности слоев; $T_1(z), T_2(z), T_3(z), T_4(z)$ — законы распределения температуры по слоям; $c_1, c_2, k_1, k_2, g_1, g_2, r_1, r_2$ — постоянные; z_1, z_2, z_3, z_4, z_5 — ординаты границ слоев.

Для граничных условий первого рода для наружных и четвертого рода границ между слоями, получим:

$$\begin{aligned} T_1(z_1) = T_{\text{ниж}}, T_1(z_2) = T_2(z_2), T_2(z_3) = T_3(z_3), T_3(z_4) = T_4(z_4), T_4(z_5) = T_{\text{верх}}, \\ -\lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial z} \Big|_{z=z_2} = -\lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial z} \Big|_{z=z_2}, -\lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial z} \Big|_{z=z_3} = -\lambda_3 \frac{\partial T_3}{\partial z} \Big|_{z=z_3}, \\ -\lambda_3 \frac{\partial T_3}{\partial z} \Big|_{z=z_4} = -\lambda_4 \frac{\partial T_4}{\partial z} \Big|_{z=z_4}. \end{aligned} \quad (41)$$

Подставив сюда (40), получим систему уравнений для нахождения произвольных постоянных $c_1, c_2, k_1, k_2, g_1, g_2, r_1, r_2$.

С помощью специальной программы произведен расчет температурного по толщине плиты проезжей части с тремя слоями дорожной одежды со следующими теплофизическими параметрами [9; 11].



1 — плита проезжей части; 2 — гидроизоляция; 3 — асфальтобетон АВ; 4 — полимербитумный асфальтобетон

1 — roadway slab; 2 — waterproofing; 3 — asphalt concrete AB; 4 — polymer-bitumen asphalt concrete

Рисунок 4. Эпюра температурного поля по толщине (составлена авторами)

Figure 4. Temperature field epure by thickness (compiled by the authors)

Таблица 1 / Table 1

Теплофизические параметры материалов

Thermophysical parameters of materials

Материал слоя пластины Plate layer material		ρ , кг/м ³ kg/m ³	c , Дж/кг °С J/kg °C	λ , Вт/м °С W/m °C	a , м ² /с m ² /s
1	Железобетонная плита Reinforced concrete plate	2 600	85	17,5	79,18·10 ⁻⁶
2	Мастичная гидроизоляция Mastic waterproofing	1 900	160	19	62,5·10 ⁻⁶
3	Асфальтобетонный слой Asphalt concrete layer	2 600	200	26	50·10 ⁻⁶
4	Покрывание из полимербитумного литого асфальтобетона Polymer-bitumen cast asphalt concrete coating	3 500	320	36	32,14·10 ⁻⁶

Составлена авторами / Compiled by the authors

Вид температурного поля, полученного в результате расчетов, показан на рисунке 4.

Методика построения модели
деформирования многослойной пластины

Methodology for constructing a deformation model of a multilayer plate

Модель деформирования пластины состоит из модели деформирования плиты и моделей деформирования слоев дорожной одежды.

Модели деформирования слоев дорожной одежды

Deformation models of pavement layers

Будем предполагать, что многослойная конструкция находится под действием нагрузки и температуры. При этом реономные эффекты (ползучесть материала) не учитываются. Слои находятся в условиях плоского напряженного состояния и нелинейные физические соотношения для них имеют вид:

$$\begin{aligned}e_x &= \frac{1}{\Psi_j} [\sigma_x - \nu_j \sigma_y] + \alpha_j^T \Delta T, \\e_y &= \frac{1}{\Psi_j} [\sigma_y - \nu_j \sigma_x] + \alpha_j^T \Delta T, \\e_{xy} &= \frac{2}{\Psi_j} \tau_{xy} (1 - \nu_j).\end{aligned}\tag{42}$$

Здесь σ_x , σ_y , τ_{xy} и e_x , e_y , e_{xy} — компоненты соответственно тензоров напряжений и деформаций; функция $\Psi_j(e_u, T)$ учитывает влияние

температуры T на поведение материала слоя и вид напряженного состояния ($j = 1$ — при растяжении, $\sigma_0 \geq 0$ и $j = 2$ — при сжатии, $\sigma_0 < 0$); ν_j — коэффициент поперечной деформации; σ_u , e_u — интенсивности напряжений и деформаций; σ_0 — среднее напряжение; $\alpha_j^T(T)$ — коэффициент температурного расширения; ΔT — разница между действующей температурой и исходной, при которой определялась начальная диаграмма $\sigma_u(e_u)$; $j = 1, 2$.

Функция $\Psi_j(e_u, T)$ задается выражением:

$$\Psi_j(e_u, T) = \frac{\sigma_u(T)}{e_u}. \quad (43)$$

причем функция $\sigma_u(e_u)$ описывается выражением:

$$\sigma_u = A_j(T)e_u - B_j(T)e_u^3; \quad \begin{cases} j = 1 & \sigma_0 > 0; \\ j = 2 & \sigma_0 < 0. \end{cases} \quad (44)$$

Влияние температуры на кривую деформирования $\sigma_u(e_u)$ моделируется изменением коэффициентов A_j и B_j при изменении температуры.

Определим коэффициенты модели деформирования материала верхнего слоя асфальтобетонного покрытия по экспериментальным данным [12].

Для определения коэффициентов в (44) используется метод наименьших квадратов, то есть используется условие минимума функционала:

$$I = \sum_{j=1}^n (A_j e_j - B_j e_j^3 - \sigma_j^{\text{эк}})^2 \rightarrow \min. \quad (45)$$

Где n — число точек на экспериментальной зависимости напряжений от деформаций. Условие минимума (45) дает:

$$A_j = \frac{\left(\sum_{j=1}^n \sigma_j e_j \right) \left(\sum_{j=1}^n e_j^6 \right) - \left(\sum_{j=1}^n \sigma_j e_j^3 \right) \left(\sum_{j=1}^n e_j^4 \right)}{\left(\sum_{j=1}^n e_j^2 \right) \left(\sum_{j=1}^n e_j^6 \right) - \left(\sum_{j=1}^n e_j^4 \right)^2}, \quad (46)$$

$$B_j = \frac{\left(\sum_{j=1}^n \sigma_j e_j \right) \left(\sum_{j=1}^n e_j^4 \right) - \left(\sum_{j=1}^n \sigma_j e_j^3 \right) \left(\sum_{j=1}^n e_j^2 \right)}{\left(\sum_{j=1}^n e_j^2 \right) \left(\sum_{j=1}^n e_j^6 \right) - \left(\sum_{j=1}^n e_j^4 \right)^2}.$$

В таблице 2 приведены коэффициенты для разных уровней температуры, а также границы корректных областей аппроксимации. Эти границы определены по формуле:

$$e_z = \sqrt{\frac{A_j}{3B_j}}. \quad (47)$$

Таблица 2 / Table 2

Значения коэффициентов зависимости (44) для первого слоя

Dependence coefficient values (44) for the first layer

Температура, °C Temperature, °C	Вид напряженного состояния Type of stress state	Значения коэффициентов Coefficient values		Пределы области применения, e_z Application limits
		A, МПа A, MPa	B, МПа B, MPa	
0	растяжение / tension	$1,0244 \cdot 10^4$	$1,1604 \cdot 10^{10}$	0,000542
	сжатие / compression	$1,0176 \cdot 10^4$	$2,2254 \cdot 10^9$	0,001234
+20	растяжение / tension	$6,9873 \cdot 10^3$	$6,6227 \cdot 10^8$	0,001875
	сжатие / compression	$6,4363 \cdot 10^3$	$2,1637 \cdot 10^9$	0,000995
+40	растяжение / tension	$5,1027 \cdot 10^3$	$1,7206 \cdot 10^9$	0,000994
	сжатие / compression	$4,3733 \cdot 10^3$	$1,5733 \cdot 10^9$	0,000962
+50	растяжение / tension	$6,4333 \cdot 10^3$	$3,4760 \cdot 10^9$	0,000785
	сжатие / compression	$3,5407 \cdot 10^3$	$1,4631 \cdot 10^9$	0,000898

Составлена авторами / Compiled by the authors

В таблице 3 приведены значения коэффициентов модели деформирования материала другого слоя асфальтобетонного покрытия.

Таблица 3 / Table 3

Значения коэффициентов зависимости (44) для второго слоя

Dependence coefficient values (44) for waterproofing

Температура, °C Temperature, °C	Вид напряженного состояния Type of stress state	Значения коэффициентов Coefficient values		Пределы области применения, e_z Application limits
		B, МПа B, MPa	A, МПа A, MPa	
0	растяжение / tension	$1,0925 \cdot 10^{10}$	$8,4833 \cdot 10^3$	0,00050874
	сжатие / compression	$1,4382 \cdot 10^9$	$7,1761 \cdot 10^3$	0,00128962
+20	растяжение / tension	$5,0102 \cdot 10^8$	$5,2095 \cdot 10^3$	0,00186169
	сжатие / compression	$1,0195 \cdot 10^9$	$4,8000 \cdot 10^3$	0,00125271
+40	растяжение / tension	$1,0416 \cdot 10^9$	$3,4250 \cdot 10^3$	0,00104690
	сжатие / compression	$3,8872 \cdot 10^8$	$2,6904 \cdot 10^3$	0,00151891
+50	растяжение / tension	$1,0217 \cdot 10^9$	$2,8909 \cdot 10^3$	0,00097113
	сжатие / compression	$3,0126 \cdot 10^8$	$2,2333 \cdot 10^3$	0,00157197

Составлена авторами / Compiled by the authors

В таблице 4 приведены значения коэффициентов модели деформирования гидроизоляционного слоя с использованием экспериментальных данных.³

³ Методические рекомендации по устройству дорожной одежды мостового полотна с использованием литого асфальта на основе полимерно-битумных вяжущих / Министерство транспорта Российской Федерации. Государственная служба дорожного хозяйства. — М., 2002. — 56 с.

Таблица 4 / Table 4

Значения коэффициентов зависимости (44) для гидроизоляции

Dependence coefficient values (44) for the second layer

Температура, °C <i>Temperature, °C</i>	Вид напряженного состояния <i>Type of stress state</i>	Значения коэффициентов <i>Coefficient values</i>		Пределы области применения, e_z <i>Application limits</i>
		B , МПа <i>B, MPa</i>	A , МПа <i>A, MPa</i>	
0	растяжение / <i>tension</i>	$2,1216 \cdot 10^9$	$4,8296 \cdot 10^3$	0,00087109
	сжатие / <i>compression</i>	$6,9333 \cdot 10^9$	$4,7933 \cdot 10^3$	0,00048005
+20	растяжение / <i>tension</i>	$2,1441 \cdot 10^9$	$3,4972 \cdot 10^3$	0,00073735
	сжатие / <i>compression</i>	$1,7333 \cdot 10^{11}$	$4,3333 \cdot 10^3$	0,00009129
+40	растяжение / <i>tension</i>	$1,9135 \cdot 10^9$	$1,9722 \cdot 10^3$	0,00058613
	сжатие / <i>compression</i>	$6,6666 \cdot 10^{10}$	$2,1666 \cdot 10^3$	0,00010408
+50	растяжение / <i>tension</i>	$5,9259 \cdot 10^9$	$1,7000 \cdot 10^3$	0,00030923
	сжатие / <i>compression</i>	$6,6666 \cdot 10^{10}$	$2,1666 \cdot 10^3$	0,00010408

Составлена авторами / *Compiled by the authors*

Анализ полученных результатов показывает, что примененные модели материалов дорожной одежды достаточно хорошо описывают их поведение.

Моделирование деформирования плиты проезжей части

Roadway slab deformation modelling

Плита проезжей части состоит из бетона и арматуры, поэтому сначала построим модели деформирования этих составляющих.

Деформирование бетона при действии температуры

Concrete deformation under the temperature influence

Будем полагать, что материал плиты проезжей части — бетон, армированный в двух перпендикулярных направлениях, представляет собой конструктивно ортотропный материал, в котором бетон работает нелинейно и неодинаково при растяжении и сжатии и для его описания используется модель ортотропного нелинейно деформирующегося материала, неодинаково сопротивляющегося растяжению и сжатию.

$$\begin{aligned}
 \sigma_x^{\delta} &= \frac{\Psi_j^{\delta}}{1-\nu_j^{\delta}} [e_x + \nu_j^{\delta} e_y] - \frac{\Psi_j^{\delta}}{1-\nu_j^{\delta}} \alpha_j^{\delta} \Delta T, \\
 \sigma_y^{\delta} &= \frac{\Psi_j^{\delta}}{1-\nu_j^{\delta}} [e_y + \nu_j^{\delta} e_x] - \frac{\Psi_j^{\delta}}{1-\nu_j^{\delta}} \alpha_j^{\delta} \Delta T, \\
 \tau_{xy}^{\delta} &= \frac{\Psi_j^{\delta}}{2(1-\nu_j^{\delta})} e_{xy}.
 \end{aligned} \tag{48}$$

Здесь $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ и e_x, e_y, e_{xy} компоненты тензоров напряжений и деформаций; $\nu_j^{\bar{\sigma}}$ — коэффициент поперечной деформации; $\Psi_j(e_u, T)$ — функция, учитывающая влияние температуры T и вида напряженного состояния ($j = 1$ — при растяжении $\sigma_0 \geq 0$, и $j = 2$ — при сжатии $\sigma_0 < 0$; σ_0 — среднее напряжение) на диаграмму деформирования; $\alpha_j^T(T)$ — коэффициент температурного расширения; ΔT — разница между действующей температурой и исходной, при которой определялась начальная диаграмма $\sigma_u(e_u)$.

Ψ_j задается так:

$$\Psi_j(e_u, C, T) = \frac{\sigma_u(C, T)}{e_u}. \quad (49)$$

Полагаем, что бетон работает в условиях плоского напряженного состояния, а арматура в одноосном напряженном состоянии в каждом из направлений армирования.

Физические соотношения для бетона принимаем в виде формулы (48).

Как известно, для описания поведения бетона при сжатии предложено большое число математических моделей, которые рассмотрены в [17].

Обычно они предлагаются только для сжимаемого бетона. Но эксперименты [13; 14] показывают, что бетон может работать и на растяжение, хотя и не так хорошо, как на сжатие. Поэтому диаграмму деформирования бетона принимаем в виде:

$$\sigma = \varphi_j(e), j = 1, 2, 1 — \text{растяжение}, 2 — \text{сжатие}. \quad (50)$$

и задаем для интенсивностей напряжений и деформаций в форме кубической параболы:

$$\sigma_u = A_j(T, C)e_u - B_j(T, C)e_u^3; \quad \begin{cases} j = 1 & \sigma_0 > 0; \\ j = 2 & \sigma_0 < 0. \end{cases} \quad (51)$$

Коэффициенты A_j и B_j , находим по методу наименьших квадратов с использованием экспериментальных кривых деформирования бетона.

Анализ экспериментов [15] свидетельствует о влиянии температуры на диаграммы деформирования бетона. Идентификация модели проводилась с использованием экспериментальных данных [16].

Величины коэффициентов зависимостей (51) для разных температур приведены в таблице 5.

Таблица 5 / Table 5

Значения коэффициентов зависимости (51)

Dependence coefficient values (51)

Температура, °С <i>Temperature, °C</i>	Вид напряженного состояния <i>Type of stress state</i>	Значения коэффициентов <i>Coefficient values</i>		Пределы области применения, e_z <i>Application limits</i>
		<i>A, МПа</i> <i>A, MPa</i>	<i>B, МПа</i> <i>B, MPa</i>	
0	растяжение / <i>tension</i>	$3,08 \cdot 10^4$	$1,30 \cdot 10^{11}$	0,00028
	сжатие / <i>compression</i>	$4,52 \cdot 10^4$	$4,32 \cdot 10^9$	-0,00186
+20	растяжение / <i>tension</i>	$3,08 \cdot 10^4$	$1,30 \cdot 10^{11}$	0,00028
	сжатие / <i>compression</i>	$4,52 \cdot 10^4$	$4,32 \cdot 10^9$	-0,00186
+40	растяжение / <i>tension</i>	$3,08 \cdot 10^4$	$1,30 \cdot 10^{11}$	0,00028
	сжатие / <i>compression</i>	$4,52 \cdot 10^4$	$4,32 \cdot 10^9$	-0,00186
+60	растяжение / <i>tension</i>	$2,97 \cdot 10^4$	$1,25 \cdot 10^{11}$	0,00028
	сжатие / <i>compression</i>	$4,52 \cdot 10^4$	$4,32 \cdot 10^9$	-0,00186
+80	растяжение / <i>tension</i>	$2,84 \cdot 10^4$	$1,20 \cdot 10^{11}$	0,00028
	сжатие / <i>compression</i>	$4,52 \cdot 10^4$	$4,32 \cdot 10^9$	-0,00186

Составлена авторами / Compiled by the authors

**Модель деформирования
арматуры при действии температуры**

Reinforcement deformation model under the temperature influence

Зависимость напряжений от деформаций и температуры для арматуры принимается в виде:

$$\begin{aligned}\sigma_x^a &= \Psi^a \cdot e_x^a - \Psi^a \cdot \alpha^{T^a} \Delta T, \\ \sigma_y^a &= \Psi^a \cdot e_y^a - \Psi^a \cdot \alpha^{T^a} \Delta T.\end{aligned}\quad (52)$$

В котором ψ имеет вид:

$$\Psi^a = \frac{\sigma_u^a(e, T)}{e_u^a}, \quad (53)$$

В котором e — деформация, равная e_x — в направлении x и e_y — в направлении y .

На основании экспериментов [17] полагаем, что арматурная сталь деформируются нелинейно, но при этом одинаково работает на растяжение и сжатие. На основании анализа экспериментальных данных принимаем для арматуры модель деформирования в виде:

$$\sigma = A e^m. \quad (54)$$

В которой коэффициенты A и m определяются аппроксимацией экспериментальных кривых выражением (54).

На основании анализа результатов экспериментов полагаем, что температура в рабочем диапазоне практически не влияет на вид кривой деформирования арматуры, и потому в (54) коэффициенты полагаются постоянными.

Идентификацию модели (54) проведем с использованием экспериментальных кривых работы [18]. В результате идентификации для стали 35ГС получено: $A = 890$ МПа, $m = 0,127$. Сопоставление теоретической и экспериментальной (точки) диаграмм деформирования приведено на рисунке 5.

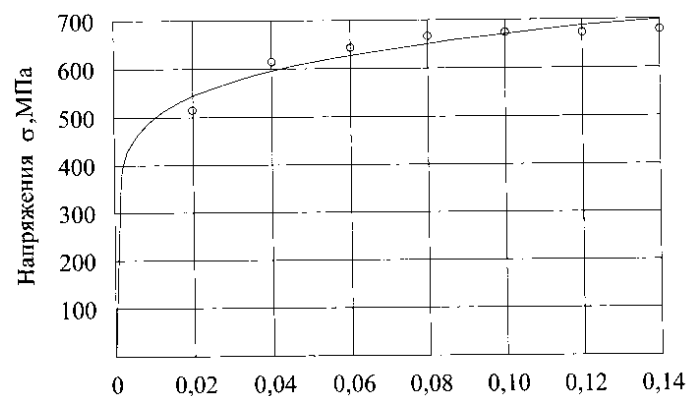


Рисунок 5. Сопоставление теоретической и экспериментальной (точки) кривых деформирования (составлен авторами)

Figure 5. Comparison of theoretical and experimental (point) deformation curves (compiled by the authors)

Расчеты показали, что отличие теоретических значений от эксперимента не превышает 5 %.

Модель деформирования многослойной пластины

Multilayer plate deformation model

В качестве конструктивной модели железобетонной плиты проезжей части с дорожной одеждой будем исследовать многослойную прямоугольную пластину, уравнение равновесия действующих силовых факторов на которую было получено ранее (4). Как уже упоминалось, используем известные гипотезы технической теории изгиба пластин, записанные в виде:

$$\begin{aligned} e_x &= \varepsilon_x + \chi_x z, e_y = \varepsilon_y + \chi_y z, e_{xy} = \varepsilon_{xy} + 2\chi_{xy} z, \\ \varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x}, \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}, \varepsilon_{xy} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}, \\ \chi_x &= -\frac{\partial^2 W}{\partial x^2}, \chi_y = -\frac{\partial^2 W}{\partial y^2}, \chi_{xy} = -\frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y}. \end{aligned} \quad (55)$$

Здесь z ордината, отсчитываемая от срединной плоскости; u, v, w — перемещения в направлении координатных осей; $\chi_x, \chi_y, \chi_{xy}, \varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_{xy}$ — кривизны и деформации в точке срединной поверхности.

Рассмотрим выражения для изгибающих моментов и нормальных усилий в многослойной пластине (рис. 6).

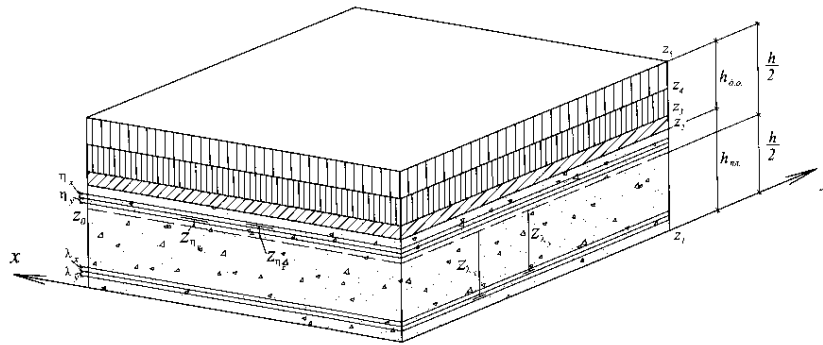


Рисунок 6. Расчетная схема многослойной пластины (составлен авторами)

Figure 6. Design diagram of the multilayer plate (compiled by the authors)

полагая их состоящими из частей, воспринимаемых отдельно бетоном, арматурой и слоями дорожной одежды:

$$\begin{aligned} M_x &= M_x^b + M_x^a + M_x^{do}, \quad M_y = M_y^b + M_y^a + M_y^{do}, \\ N_x &= N_x^b + N_x^a + N_x^{do}, \quad N_y = N_y^b + N_y^a + N_y^{do}, \\ H_x &= H_x^b + H_x^{do}, \quad S_y = S_y^b + S_y^{do}. \end{aligned} \quad (56)$$

При использовании данных формул надо учитывать напряженное состояние каждой точки по толщине. При этом точка находится в растянутом ($j = 1$), если среднее напряжение $\sigma_0 \geq 0$, или в сжатом состоянии ($j = 2$), при $\sigma_0 < 0$, и потому в формулах для каждой точки пластины механические характеристики (коэффициенты моделей деформирования) принимаются соответствующими тому, в каком напряженном состоянии находится точка.

Часть изгибающих моментов и усилий, воспринимаемых только бетоном:

$$\begin{aligned} M_x^b &= \int_{z_1}^{z_2} \sigma_{xj}^b z dz, \quad M_y^b = \int_{z_1}^{z_2} \sigma_{yj}^b z dz, \\ N_x^b &= \int_{z_1}^{z_2} \sigma_{xj}^b dz, \quad N_y^b = \int_{z_1}^{z_2} \sigma_{yj}^b dz, \\ H_x^b &= \int_{z_1}^{z_2} \tau_{xy}^b z dz, \quad S_y^b = \int_{z_1}^{z_2} \tau_{xy}^b dz. \end{aligned} \quad (57)$$

Здесь z_k — ординаты границ слоев от срединной поверхности.

Используя обозначения:

$$\alpha_j^\sigma = \frac{\Psi_j^\sigma}{1 - \nu_j^{\sigma 2}}, \beta_j^\sigma = \frac{\Psi_j^\sigma}{2(1 + \nu_j^\sigma)}, \gamma_j^\sigma = \frac{\Psi_j^\sigma}{1 - \nu_j^\sigma}, \quad (58)$$

и учитывая (48), (55) запишем выражения (57) в следующем виде:

$$\begin{aligned} M_x^\sigma &= \int_{z_1}^{z_2} \left(\frac{\Psi_j^\sigma}{1 - \nu_j^{\sigma 2}} (e_x + \nu_j^\sigma e_y) - \frac{\Psi_j^\sigma}{1 - \nu_j^\sigma} \alpha_j^{T^\sigma} \Delta T \right) z \partial z = \\ &= \varepsilon_x \int_{z_1}^{z_2} \alpha_j^\sigma z \partial z + \chi_x \int_{z_1}^{z_2} \alpha_j^\sigma z^2 \partial z + \varepsilon_y \int_{z_1}^{z_2} \alpha_j^\sigma \nu_j^\sigma z \partial z + \chi_y \int_{z_1}^{z_2} \alpha_j^\sigma \nu_j^\sigma z^2 \partial z - \gamma_j^\sigma \alpha_j^{T^\sigma} \Delta T z \partial z, \\ M_y^\sigma &= \int_{z_1}^{z_2} \left(\frac{\Psi_j^\sigma}{1 - \nu_j^{\sigma 2}} (e_y + \nu_j^\sigma e_x) - \frac{\Psi_j^\sigma}{1 - \nu_j^\sigma} \alpha_j^{T^\sigma} \Delta T \right) z \partial z = \\ &= \varepsilon_y \int_{z_1}^{z_2} \alpha_j^\sigma z \partial z + \chi_y \int_{z_1}^{z_2} \alpha_j^\sigma z^2 \partial z + \varepsilon_x \int_{z_1}^{z_2} \alpha_j^\sigma \nu_j^\sigma z \partial z + \chi_x \int_{z_1}^{z_2} \alpha_j^\sigma \nu_j^\sigma z^2 \partial z - \gamma_j^\sigma \alpha_j^{T^\sigma} \Delta T z \partial z, \\ N_x^\sigma &= \int_{z_1}^{z_2} \left(\frac{\Psi_j^\sigma}{1 - \nu_j^{\sigma 2}} (e_x + \nu_j^\sigma e_y) - \frac{\Psi_j^\sigma}{1 - \nu_j^\sigma} \alpha_j^{T^\sigma} \Delta T \right) \partial z = \\ &= \varepsilon_x \int_{z_1}^{z_2} \alpha_j^\sigma \partial z + \chi_x \int_{z_1}^{z_2} \alpha_j^\sigma z \partial z + \varepsilon_y \int_{z_1}^{z_2} \alpha_j^\sigma \nu_j^\sigma \partial z + \chi_y \int_{z_1}^{z_2} \alpha_j^\sigma \nu_j^\sigma z \partial z - \gamma_j^\sigma \alpha_j^{T^\sigma} \Delta T \partial z, \\ N_y^\sigma &= \int_{z_1}^{z_2} \left(\frac{\Psi_j^\sigma}{1 - \nu_j^{\sigma 2}} (e_y + \nu_j^\sigma e_x) - \frac{\Psi_j^\sigma}{1 - \nu_j^\sigma} \alpha_j^{T^\sigma} \Delta T \right) \partial z = \\ &= \varepsilon_y \int_{z_1}^{z_2} \alpha_j^\sigma \partial z + \chi_y \int_{z_1}^{z_2} \alpha_j^\sigma z \partial z + \varepsilon_x \int_{z_1}^{z_2} \alpha_j^\sigma \nu_j^\sigma \partial z + \chi_x \int_{z_1}^{z_2} \alpha_j^\sigma \nu_j^\sigma z \partial z - \gamma_j^\sigma \alpha_j^{T^\sigma} \Delta T \partial z, \\ H^\sigma &= \int_{z_1}^{z_2} \frac{\Psi_j^\sigma}{2(1 + \nu_j^\sigma)} e_{xy} z \partial z = \int_{z_1}^{z_2} \beta_j^\sigma \varepsilon_{xy} z \partial z + \int_{z_1}^{z_2} \beta_j^\sigma 2 \chi_{xy} z^2 \partial z = \varepsilon_{xy} \int_{z_1}^{z_2} \beta_j^\sigma z \partial z + 2 \chi_{xy} \int_{z_1}^{z_2} \beta_j^\sigma z^2 \partial z, \\ S^\sigma &= \int_{z_1}^{z_2} \frac{\Psi_j^\sigma}{2(1 + \nu_j^\sigma)} e_{xy} \partial z = \int_{z_1}^{z_2} \beta_j^\sigma \varepsilon_{xy} \partial z + \int_{z_1}^{z_2} \beta_j^\sigma 2 \chi_{xy} z \partial z = \varepsilon_{xy} \int_{z_1}^{z_2} \beta_j^\sigma \partial z + 2 \chi_{xy} \int_{z_1}^{z_2} \beta_j^\sigma z \partial z. \end{aligned} \quad (59)$$

Вводя обозначения:

$$\begin{aligned} J_k^\sigma &= \int_{z_1}^{z_2} \alpha_j^\sigma z^k \partial z, \quad I_k^\sigma = \int_{z_1}^{z_2} \alpha_j^\sigma \nu_j^\sigma z^k \partial z, \quad k = 0, 1, 2 \\ J_0^\sigma &= \int_{z_1}^{z_2} \alpha_j^\sigma \partial z, \quad J_1^\sigma = \int_{z_1}^{z_2} \alpha_j^\sigma z \partial z, \quad J_2^\sigma = \int_{z_1}^{z_2} \alpha_j^\sigma z^2 \partial z, \end{aligned} \quad (60)$$

$$I_0^{\delta} = \int_{z_1}^{z_2} \alpha_j^{\delta} v_j^{\delta} \partial z, \quad I_1^{\delta} = \int_{z_1}^{z_2} \alpha_j^{\delta} v_j^{\delta} z \partial z, \quad I_2^{\delta} = \int_{z_1}^{z_2} \alpha_j^{\delta} v_j^{\delta} z^2 \partial z,$$

$$T_k^{\delta} = \int_{z_1}^{z_2} \beta_j^{\delta} z^k \partial z, \quad k = 0, 1, 2,$$

$$T_0^{\delta} = \int_{z_1}^{z_2} \beta_j^{\delta} \partial z, \quad T_1^{\delta} = \int_{z_1}^{z_2} \beta_j^{\delta} z \partial z, \quad T_2^{\delta} = \int_{z_1}^{z_2} \beta_j^{\delta} z^2 \partial z,$$

$$\Delta M^{\delta} = - \int_{z_1}^{z_2} \gamma_j^{\delta} \alpha_j^{\delta} T^{\delta} \Delta T z \partial z, \quad \Delta N^{\delta} = - \int_{z_1}^{z_2} \gamma_j^{\delta} \alpha_j^{\delta} T^{\delta} \Delta T \partial z.$$

преобразуем выражения (59) к следующему виду:

$$\begin{aligned} M_x^{\delta} &= \varepsilon_x J_1^{\delta} + \chi_x J_2^{\delta} + \varepsilon_y I_1^{\delta} + \chi_y I_2^{\delta} + \Delta M^{\delta}, \\ M_y^{\delta} &= \varepsilon_y J_1^{\delta} + \chi_y J_2^{\delta} + \varepsilon_x I_1^{\delta} + \chi_x I_2^{\delta} + \Delta M^{\delta}, \\ N_x^{\delta} &= \varepsilon_x J_0^{\delta} + \chi_x J_1^{\delta} + \varepsilon_y I_0^{\delta} + \chi_y I_1^{\delta} + \Delta N^{\delta}, \\ N_y^{\delta} &= \varepsilon_y J_0^{\delta} + \chi_y J_1^{\delta} + \varepsilon_x I_0^{\delta} + \chi_x I_1^{\delta} + \Delta N^{\delta}, \\ H^{\delta} &= \varepsilon_{xy} T_1^{\delta} + 2\chi_{xy} T_2^{\delta}, \quad S^{\delta} = \varepsilon_{xy} T_0^{\delta} + 2\chi_{xy} T_1^{\delta}. \end{aligned} \quad (61)$$

Для получения формул для частей моментов и усилий, воспринимаемых арматурой, заменим дискретную арматурную сетку эквивалентными слоями непрерывного армирования, изменение толщин которых соответствует изменению площадей поперечного сечения арматурных стержней в соответствующих направлениях (рис. 6).

Обозначая: η_x , η_y и λ_x , λ_y — толщины эквивалентных арматуре в направлениях, соответственно x , y слоев в верхней и нижней частях плиты проезжей части, z_{η_x} , z_{η_y} и z_{λ_x} , z_{λ_y} — ординаты центров тяжести эквивалентных слоев, можем записать:

$$\begin{aligned} M_x^a &= \sigma_x^a(z_{\lambda_x}) \lambda_x z_{\lambda_x} + \sigma_x^a(z_{\eta_x}) \eta_x z_{\eta_x}, \quad M_y^a = \sigma_y^a(z_{\lambda_y}) \lambda_y z_{\lambda_y} + \sigma_y^a(z_{\eta_y}) \eta_y z_{\eta_y}, \\ N_x^a &= \sigma_x^a(z_{\lambda_x}) \lambda_x + \sigma_x^a(z_{\eta_x}) \eta_x, \quad N_y^a = \sigma_y^a(z_{\lambda_y}) \lambda_y + \sigma_y^a(z_{\eta_y}) \eta_y. \end{aligned} \quad (62)$$

Здесь $\sigma_x^a(z_{\lambda_x})$ и $\sigma_x^a(z_{\eta_x})$ — напряжения в эквивалентном слое, расположенном в нижней и верхней частях пластины на расстояниях z_{λ_x} и z_{η_x} от срединной поверхности; аналогично определяются напряжения $\sigma_y^a(z_{\lambda_y})$ и $\sigma_y^a(z_{\eta_y})$.

Принимая во внимание формулы (52) для арматуры, выражения для силовых факторов, воспринимаемых арматурой, запишем в виде:

$$\begin{aligned} M_x^a &= [\Psi^a \cdot e_x^a - \Psi^a \cdot \alpha_j^{T^a} \Delta T] \cdot \lambda_x z_{\lambda_x} + [\Psi^a \cdot e_x^a - \Psi^a \cdot \alpha_j^{T^a} \Delta T] \cdot \eta_x z_{\eta_x}, \\ M_y^a &= [\Psi^a \cdot e_y^a - \Psi^a \cdot \alpha_j^{T^a} \Delta T] \cdot \lambda_y z_{\lambda_y} + [\Psi^a \cdot e_y^a - \Psi^a \cdot \alpha_j^{T^a} \Delta T] \cdot \eta_y z_{\eta_y}, \\ N_x^a &= [\Psi^a \cdot e_x^a - \Psi^a \cdot \alpha_j^{T^a} \Delta T] \cdot \lambda_x + [\Psi^a \cdot e_x^a - \Psi^a \cdot \alpha_j^{T^a} \Delta T] \cdot \eta_x, \\ N_y^a &= [\Psi^a \cdot e_y^a - \Psi^a \cdot \alpha_j^{T^a} \Delta T] \cdot \lambda_y + [\Psi^a \cdot e_y^a - \Psi^a \cdot \alpha_j^{T^a} \Delta T] \cdot \eta_y. \end{aligned} \quad (63)$$

Используя такие обозначения:

$$\begin{aligned} J_{kx}^a &= \Psi^a (\lambda_x z_{\lambda_x}^k + \eta_x z_{\eta_x}^k), \quad J_{ky}^a = \Psi^a (\lambda_y z_{\lambda_y}^k + \eta_y z_{\eta_y}^k) \quad k=0,1,2, \\ \Delta M_x^a &= -\alpha_j^{T^a} \Delta T \cdot \Psi^a (\lambda_x z_{\lambda_x} + \eta_x z_{\eta_x}), \quad \Delta M_y^a = -\alpha_j^{T^a} \Delta T \cdot \Psi^a (\lambda_y z_{\lambda_y} + \eta_y z_{\eta_y}), \\ \Delta N_x^a &= -\alpha_j^{T^a} \Delta T \cdot \Psi^a (\lambda_x + \eta_x), \quad \Delta N_y^a = -\alpha_j^{T^a} \Delta T \cdot \Psi^a (\lambda_y + \eta_y), \end{aligned} \quad 64$$

и принимая во внимание (55) можно записать:

$$\begin{aligned} M_x^a &= \varepsilon_x J_{1x}^a + \chi_x J_{2x}^a + \Delta M_x^a, \quad M_y^a = \varepsilon_y J_{1y}^a + \chi_y J_{2y}^a + \Delta M_y^a, \\ N_x^a &= \varepsilon_x J_{0x}^a + \chi_x J_{1x}^a + \Delta N_x^a, \quad N_y^a = \varepsilon_y J_{0y}^a + \chi_y J_{1y}^a + \Delta N_y^a. \end{aligned} \quad (65)$$

Переходя к силовым факторам для слоев дорожной одежды, заметим, что их полные величины складываются силовых факторов, воспринимаемых каждым слоем:

$$\begin{aligned} M_x^{\partial o} &= M_x^{\partial o1} + M_x^{\partial o2} + M_x^{\partial o3}, \quad M_y^{\partial o} = M_y^{\partial o1} + M_y^{\partial o2} + M_y^{\partial o3}, \\ N_x^{\partial o} &= N_x^{\partial o1} + N_x^{\partial o2} + N_x^{\partial o3}, \quad N_y^{\partial o} = N_y^{\partial o1} + N_y^{\partial o2} + N_y^{\partial o3}, \\ H_x^{\partial o} &= H_x^{\partial o1} + H_x^{\partial o2} + H_x^{\partial o3}, \quad H_y^{\partial o} = H_y^{\partial o1} + H_y^{\partial o2} + H_y^{\partial o3}, \\ S_x^{\partial o} &= S_x^{\partial o1} + S_x^{\partial o2} + S_x^{\partial o3}, \quad S_y^{\partial o} = S_y^{\partial o1} + S_y^{\partial o2} + S_y^{\partial o3}. \end{aligned} \quad (66)$$

При этом силовые факторы, воспринимаемые всеми слоями дорожной одежды, запишутся так:

$$\begin{aligned} M_x^{\partial o} &= \int_{z_2}^{z_3} \sigma_{xj}^{\partial o1} z dz + \int_{z_3}^{z_4} \sigma_{xj}^{\partial o2} z dz + \int_{z_4}^{z_5} \sigma_{xj}^{\partial o3} z dz, \quad M_y^{\partial o} = \int_{z_2}^{z_3} \sigma_{yj}^{\partial o1} z dz + \int_{z_3}^{z_4} \sigma_{yj}^{\partial o2} z dz + \int_{z_4}^{z_5} \sigma_{yj}^{\partial o3} z dz \\ N_x^{\partial o} &= \int_{z_2}^{z_3} \sigma_{xj}^{\partial o1} dz + \int_{z_3}^{z_4} \sigma_{xj}^{\partial o2} dz + \int_{z_4}^{z_5} \sigma_{xj}^{\partial o3} dz, \quad N_y^{\partial o} = \int_{z_2}^{z_3} \sigma_{yj}^{\partial o1} dz + \int_{z_3}^{z_4} \sigma_{yj}^{\partial o2} dz + \int_{z_4}^{z_5} \sigma_{yj}^{\partial o3} dz \\ H_x^{\partial o} &= \int_{z_2}^{z_3} \tau_{xy}^{\partial o1} z dz + \int_{z_3}^{z_4} \tau_{xy}^{\partial o2} z dz + \int_{z_4}^{z_5} \tau_{xy}^{\partial o3} z dz, \quad S_y^{\partial o} = \int_{z_2}^{z_3} \tau_{xy}^{\partial o1} dz + \int_{z_3}^{z_4} \tau_{xy}^{\partial o2} dz + \int_{z_4}^{z_5} \tau_{xy}^{\partial o3} dz, \end{aligned} \quad (67)$$

здесь индексы $\partial o1$, $\partial o2$, $\partial o3$ относятся к слоям дорожной одежды (которых в данном случае три).

Вводя обозначения:

$$\alpha_j^{\partial o n} = \frac{\Psi_j^{\partial o n}}{1 - \nu_j^{\partial o n 2}}, \beta_j^{\partial o n} = \frac{\Psi_j^{\partial o n}}{2(1 + \nu_j^{\partial o n})}, \gamma_j^{\partial o n} = \frac{\Psi_j^{\partial o n}}{1 - \nu_j^{\partial o n}}, n = 1, 2, 3, \quad (68)$$

и учитывая (52) перепишем (62) в виде:

$$\begin{aligned} M_x^{\partial o1} &= \int_{z_2}^{z_3} \left(\frac{\Psi_j^{\partial o1}}{1 - \nu_j^{\partial o1 2}} (e_x + \nu_j^{\partial o1} e_y) - \frac{\Psi_j^{\partial o1}}{1 - \nu_j^{\partial o1}} \alpha_j^{T^{\partial o1}} \Delta T \right) z dz = \\ &= \varepsilon_x \int_{z_2}^{z_3} \alpha_j^{\partial o1} z dz + \chi_x \int_{z_2}^{z_3} \alpha_j^{\partial o1} z^2 dz + \varepsilon_y \int_{z_2}^{z_3} \alpha_j^{\partial o1} \nu_j^{\partial o1} z dz + \chi_y \int_{z_2}^{z_3} \alpha_j^{\partial o1} \nu_j^{\partial o1} z^2 dz - \int_{z_2}^{z_3} \gamma_j^{\partial o1} \alpha_j^{T^{\partial o1}} \Delta T z dz, \\ M_x^{\partial o2} &= \int_{z_3}^{z_4} \left(\frac{\Psi_j^{\partial o2}}{1 - \nu_j^{\partial o2 2}} (e_x + \nu_j^{\partial o2} e_y) - \frac{\Psi_j^{\partial o2}}{1 - \nu_j^{\partial o2}} \alpha_j^{T^{\partial o2}} \Delta T \right) z dz = \\ &= \varepsilon_x \int_{z_3}^{z_4} \alpha_j^{\partial o2} z dz + \chi_x \int_{z_3}^{z_4} \alpha_j^{\partial o2} z^2 dz + \varepsilon_y \int_{z_3}^{z_4} \alpha_j^{\partial o2} \nu_j^{\partial o2} z dz + \chi_y \int_{z_3}^{z_4} \alpha_j^{\partial o2} \nu_j^{\partial o2} z^2 dz - \int_{z_3}^{z_4} \gamma_j^{\partial o2} \alpha_j^{T^{\partial o2}} \Delta T z dz, \\ M_x^{\partial o3} &= \int_{z_4}^{z_5} \left(\frac{\Psi_j^{\partial o3}}{1 - \nu_j^{\partial o3 2}} (e_x + \nu_j^{\partial o3} e_y) - \frac{\Psi_j^{\partial o3}}{1 - \nu_j^{\partial o3}} \alpha_j^{T^{\partial o3}} \Delta T \right) z dz = \\ &= \varepsilon_x \int_{z_4}^{z_5} \alpha_j^{\partial o3} z dz + \chi_x \int_{z_4}^{z_5} \alpha_j^{\partial o3} z^2 dz + \varepsilon_y \int_{z_4}^{z_5} \alpha_j^{\partial o3} \nu_j^{\partial o3} z dz + \chi_y \int_{z_4}^{z_5} \alpha_j^{\partial o3} \nu_j^{\partial o3} z^2 dz - \int_{z_4}^{z_5} \gamma_j^{\partial o3} \alpha_j^{T^{\partial o3}} \Delta T z dz, \\ M_y^{\partial o1} &= \int_{z_2}^{z_3} \left(\frac{\Psi_j^{\partial o1}}{1 - \nu_j^{\partial o1 2}} (e_y + \nu_j^{\partial o1} e_x) - \frac{\Psi_j^{\partial o1}}{1 - \nu_j^{\partial o1}} \alpha_j^{T^{\partial o1}} \Delta T \right) z dz = \\ &= \varepsilon_y \int_{z_2}^{z_3} \alpha_j^{\partial o1} z dz + \chi_y \int_{z_2}^{z_3} \alpha_j^{\partial o1} z^2 dz + \varepsilon_x \int_{z_2}^{z_3} \alpha_j^{\partial o1} \nu_j^{\partial o1} z dz + \chi_x \int_{z_2}^{z_3} \alpha_j^{\partial o1} \nu_j^{\partial o1} z^2 dz - \int_{z_2}^{z_3} \gamma_j^{\partial o1} \alpha_j^{T^{\partial o1}} \Delta T z dz, \\ M_y^{\partial o2} &= \int_{z_3}^{z_4} \left(\frac{\Psi_j^{\partial o2}}{1 - \nu_j^{\partial o2 2}} (e_y + \nu_j^{\partial o2} e_x) - \frac{\Psi_j^{\partial o2}}{1 - \nu_j^{\partial o2}} \alpha_j^{T^{\partial o2}} \Delta T \right) z dz = \\ &= \varepsilon_y \int_{z_3}^{z_4} \alpha_j^{\partial o2} z dz + \chi_y \int_{z_3}^{z_4} \alpha_j^{\partial o2} z^2 dz + \varepsilon_x \int_{z_3}^{z_4} \alpha_j^{\partial o2} \nu_j^{\partial o2} z dz + \chi_x \int_{z_3}^{z_4} \alpha_j^{\partial o2} \nu_j^{\partial o2} z^2 dz - \int_{z_3}^{z_4} \gamma_j^{\partial o2} \alpha_j^{T^{\partial o2}} \Delta T z dz, \\ M_y^{\partial o3} &= \int_{z_4}^{z_5} \left(\frac{\Psi_j^{\partial o3}}{1 - \nu_j^{\partial o3 2}} (e_y + \nu_j^{\partial o3} e_x) - \frac{\Psi_j^{\partial o3}}{1 - \nu_j^{\partial o3}} \alpha_j^{T^{\partial o3}} \Delta T \right) z dz = \\ &= \varepsilon_y \int_{z_4}^{z_5} \alpha_j^{\partial o3} z dz + \chi_y \int_{z_4}^{z_5} \alpha_j^{\partial o3} z^2 dz + \varepsilon_x \int_{z_4}^{z_5} \alpha_j^{\partial o3} \nu_j^{\partial o3} z dz + \chi_x \int_{z_4}^{z_5} \alpha_j^{\partial o3} \nu_j^{\partial o3} z^2 dz - \int_{z_4}^{z_5} \gamma_j^{\partial o3} \alpha_j^{T^{\partial o3}} \Delta T z dz, \end{aligned} \quad (69)$$

$$\begin{aligned}
 N_x^{\partial o 1} &= \int_{z_2}^{z_3} \left(\frac{\Psi_j^{\partial o 1}}{1 - \nu_j^{\partial o 1}} (e_x + \nu_j^{\partial o 1} e_y) - \frac{\Psi_j^{\partial o 1}}{1 - \nu_j^{\partial o 1}} \alpha_j^{T^{\partial o 1}} \Delta T \right) \partial z = \\
 &= \varepsilon_x \int_{z_2}^{z_3} \alpha_j^{\partial o 1} \partial z + \chi_x \int_{z_2}^{z_3} \alpha_j^{\partial o 1} z \partial z + \varepsilon_y \int_{z_2}^{z_3} \alpha_j^{\partial o 1} \nu_j^{\partial o 1} \partial z + \chi_y \int_{z_2}^{z_3} \alpha_j^{\partial o 1} \nu_j^{\partial o 1} z \partial z - \int_{z_2}^{z_3} \gamma_j^{\partial o 1} \alpha_j^{T^{\partial o 1}} \Delta T \partial z, \\
 N_x^{\partial o 2} &= \int_{z_3}^{z_4} \left(\frac{\Psi_j^{\partial o 2}}{1 - \nu_j^{\partial o 2}} (e_x + \nu_j^{\partial o 2} e_y) - \frac{\Psi_j^{\partial o 2}}{1 - \nu_j^{\partial o 2}} \alpha_j^{T^{\partial o 2}} \Delta T \right) \partial z = \\
 &= \varepsilon_x \int_{z_3}^{z_4} \alpha_j^{\partial o 2} \partial z + \chi_x \int_{z_3}^{z_4} \alpha_j^{\partial o 2} z \partial z + \varepsilon_y \int_{z_3}^{z_4} \alpha_j^{\partial o 2} \nu_j^{\partial o 2} \partial z + \chi_y \int_{z_3}^{z_4} \alpha_j^{\partial o 2} \nu_j^{\partial o 2} z \partial z - \int_{z_3}^{z_4} \gamma_j^{\partial o 2} \alpha_j^{T^{\partial o 2}} \Delta T \partial z, \\
 N_x^{\partial o 3} &= \int_{z_4}^{z_5} \left(\frac{\Psi_j^{\partial o 3}}{1 - \nu_j^{\partial o 3}} (e_x + \nu_j^{\partial o 3} e_y) - \frac{\Psi_j^{\partial o 3}}{1 - \nu_j^{\partial o 3}} \alpha_j^{T^{\partial o 3}} \Delta T \right) \partial z = \\
 &= \varepsilon_x \int_{z_4}^{z_5} \alpha_j^{\partial o 3} \partial z + \chi_x \int_{z_4}^{z_5} \alpha_j^{\partial o 3} z \partial z + \varepsilon_y \int_{z_4}^{z_5} \alpha_j^{\partial o 3} \nu_j^{\partial o 3} \partial z + \chi_y \int_{z_4}^{z_5} \alpha_j^{\partial o 3} \nu_j^{\partial o 3} z \partial z - \int_{z_4}^{z_5} \gamma_j^{\partial o 3} \alpha_j^{T^{\partial o 3}} \Delta T \partial z, \\
 N_y^{\partial o 1} &= \int_{z_2}^{z_3} \left(\frac{\Psi_j^{\partial o 1}}{1 - \nu_j^{\partial o 1}} (e_y + \nu_j^{\partial o 1} e_x) - \frac{\Psi_j^{\partial o 1}}{1 - \nu_j^{\partial o 1}} \alpha_j^{T^{\partial o 1}} \Delta T \right) \partial z = \\
 &= \varepsilon_y \int_{z_2}^{z_3} \alpha_j^{\partial o 1} \partial z + \chi_y \int_{z_2}^{z_3} \alpha_j^{\partial o 1} z \partial z + \varepsilon_x \int_{z_2}^{z_3} \alpha_j^{\partial o 1} \nu_j^{\partial o 1} \partial z + \chi_x \int_{z_2}^{z_3} \alpha_j^{\partial o 1} \nu_j^{\partial o 1} z \partial z - \int_{z_2}^{z_3} \gamma_j^{\partial o 1} \alpha_j^{T^{\partial o 1}} \Delta T \partial z, \\
 N_y^{\partial o 2} &= \int_{z_3}^{z_4} \left(\frac{\Psi_j^{\partial o 2}}{1 - \nu_j^{\partial o 2}} (e_y + \nu_j^{\partial o 2} e_x) - \frac{\Psi_j^{\partial o 2}}{1 - \nu_j^{\partial o 2}} \alpha_j^{T^{\partial o 2}} \Delta T \right) \partial z = \\
 &= \varepsilon_y \int_{z_3}^{z_4} \alpha_j^{\partial o 2} \partial z + \chi_y \int_{z_3}^{z_4} \alpha_j^{\partial o 2} z \partial z + \varepsilon_x \int_{z_3}^{z_4} \alpha_j^{\partial o 2} \nu_j^{\partial o 2} \partial z + \chi_x \int_{z_3}^{z_4} \alpha_j^{\partial o 2} \nu_j^{\partial o 2} z \partial z - \int_{z_3}^{z_4} \gamma_j^{\partial o 2} \alpha_j^{T^{\partial o 2}} \Delta T \partial z, \\
 N_y^{\partial o 3} &= \int_{z_4}^{z_5} \left(\frac{\Psi_j^{\partial o 3}}{1 - \nu_j^{\partial o 3}} (e_y + \nu_j^{\partial o 3} e_x) - \frac{\Psi_j^{\partial o 3}}{1 - \nu_j^{\partial o 3}} \alpha_j^{T^{\partial o 3}} \Delta T \right) \partial z = \\
 &= \varepsilon_y \int_{z_4}^{z_5} \alpha_j^{\partial o 3} \partial z + \chi_y \int_{z_4}^{z_5} \alpha_j^{\partial o 3} z \partial z + \varepsilon_x \int_{z_4}^{z_5} \alpha_j^{\partial o 3} \nu_j^{\partial o 3} \partial z + \chi_x \int_{z_4}^{z_5} \alpha_j^{\partial o 3} \nu_j^{\partial o 3} z \partial z - \int_{z_4}^{z_5} \gamma_j^{\partial o 3} \alpha_j^{T^{\partial o 3}} \Delta T \partial z, \\
 H^{\partial o 1} &= \int_{z_2}^{z_3} \frac{\Psi_j^{\partial o 1}}{2(1 + \nu_j^{\partial o 1})} e_{xy} z \partial z = \int_{z_2}^{z_3} \beta_j^{\partial o 1} \varepsilon_{xy} z \partial z + \int_{z_2}^{z_3} \beta_j^{\partial o 1} 2\chi_{xy} z^2 \partial z = \varepsilon_{xy} \int_{z_2}^{z_3} \beta_j^{\partial o 1} z \partial z + 2\chi_{xy} \int_{z_2}^{z_3} \beta_j^{\partial o 1} z^2 \partial z, \\
 H^{\partial o 2} &= \int_{z_3}^{z_4} \frac{\Psi_j^{\partial o 2}}{2(1 + \nu_j^{\partial o 2})} e_{xy} z \partial z = \int_{z_3}^{z_4} \beta_j^{\partial o 2} \varepsilon_{xy} z \partial z + \int_{z_3}^{z_4} \beta_j^{\partial o 2} 2\chi_{xy} z^2 \partial z = \varepsilon_{xy} \int_{z_3}^{z_4} \beta_j^{\partial o 2} z \partial z + 2\chi_{xy} \int_{z_3}^{z_4} \beta_j^{\partial o 2} z^2 \partial z, \\
 H^{\partial o 3} &= \int_{z_4}^{z_5} \frac{\Psi_j^{\partial o 3}}{2(1 + \nu_j^{\partial o 3})} e_{xy} z \partial z = \int_{z_4}^{z_5} \beta_j^{\partial o 3} \varepsilon_{xy} z \partial z + \int_{z_4}^{z_5} \beta_j^{\partial o 3} 2\chi_{xy} z^2 \partial z = \varepsilon_{xy} \int_{z_4}^{z_5} \beta_j^{\partial o 3} z \partial z + 2\chi_{xy} \int_{z_4}^{z_5} \beta_j^{\partial o 3} z^2 \partial z,
 \end{aligned}$$

$$S^{\partial o1} = \int_{z_2}^{z_3} \frac{\Psi_j^{\partial o1}}{2(1+\nu_j^{\partial o1})} e_{xy} \partial z = \int_{z_2}^{z_3} \beta_j^{\partial o1} \varepsilon_{xy} \partial z + \int_{z_2}^{z_3} \beta_j^{\partial o1} 2\chi_{xy} z \partial z = \varepsilon_{xy} \int_{z_2}^{z_3} \beta_j^{\partial o1} \partial z + 2\chi_{xy} \int_{z_2}^{z_3} \beta_j^{\partial o1} z \partial z,$$

$$S^{\partial o3} = \int_{z_4}^{z_5} \frac{\Psi_j^{\partial o3}}{2(1+\nu_j^{\partial o3})} e_{xy} \partial z = \int_{z_4}^{z_5} \beta_j^{\partial o3} \varepsilon_{xy} \partial z + \int_{z_4}^{z_5} \beta_j^{\partial o3} 2\chi_{xy} z \partial z = \varepsilon_{xy} \int_{z_4}^{z_5} \beta_j^{\partial o3} \partial z + 2\chi_{xy} \int_{z_4}^{z_5} \beta_j^{\partial o3} z \partial z.$$

Здесь обозначено:

$$J_{\kappa}^{\partial o n} = \int_{z_i}^{z_{i+1}} \alpha_j^{\partial o n} z^k \partial z, \quad I_{\kappa}^{\partial o n} = \int_{z_i}^{z_{i+1}} \alpha_j^{\partial o n} \nu_j^{\partial o n} z^k \partial z, \quad k = 0, 1, 2;$$

$$n = 1, 2, 3; z_2 < z_i \leq z_5,$$

где z_i — ординаты границ слоев дорожной одежды;

$$J_0^{\partial o n} = \int_{z_i}^{z_{i+1}} \alpha_j^{\partial o n} \partial z, \quad J_1^{\partial o n} = \int_{z_i}^{z_{i+1}} \alpha_j^{\partial o n} z \partial z, \quad J_2^{\partial o n} = \int_{z_i}^{z_{i+1}} \alpha_j^{\partial o n} z^2 \partial z,$$

$$I_0^{\partial o n} = \int_{z_i}^{z_{i+1}} \alpha_j^{\partial o n} \nu_j^{\partial o n} \partial z, \quad I_1^{\partial o n} = \int_{z_i}^{z_{i+1}} \alpha_j^{\partial o n} \nu_j^{\partial o n} z \partial z, \quad I_2^{\partial o n} = \int_{z_i}^{z_{i+1}} \alpha_j^{\partial o n} \nu_j^{\partial o n} z^2 \partial z,$$

$$T_{\kappa}^{\partial o n} = \int_{z_i}^{z_{i+1}} \beta_j^{\partial o n} z^k \partial z, \quad k = 0, 1, 2.$$

$$T_0^{\partial o n} = \int_{z_i}^{z_{i+1}} \beta_j^{\partial o n} \partial z, \quad T_1^{\partial o n} = \int_{z_i}^{z_{i+1}} \beta_j^{\partial o n} z \partial z, \quad T_2^{\partial o n} = \int_{z_i}^{z_{i+1}} \beta_j^{\partial o n} z^2 \partial z,$$

$$\Delta M^{\partial o n} = - \int_{z_i}^{z_{i+1}} \gamma_j^{\partial o n} \alpha_j^{\partial o n} \Delta T z \partial z, \quad \Delta N^{\partial o n} = - \int_{z_i}^{z_{i+1}} \gamma_j^{\partial o n} \alpha_j^{\partial o n} \Delta T \partial z.$$

С учетом обозначений (71), можно записать для слоев дорожной одежды:

$$M_x^{\partial o} = \varepsilon_x (J_1^{\partial o1} + J_1^{\partial o2} + J_1^{\partial o3}) + \chi_x (J_2^{\partial o1} + J_2^{\partial o2} + J_2^{\partial o3}) +$$

$$+ \varepsilon_y (I_1^{\partial o1} + I_1^{\partial o2} + I_1^{\partial o3}) + \chi_y (I_2^{\partial o1} + I_2^{\partial o2} + I_2^{\partial o3}) + (\Delta M^{\partial o1} + \Delta M^{\partial o2} + \Delta M^{\partial o3}),$$

$$M_y^{\partial o} = \varepsilon_y (J_1^{\partial o1} + J_1^{\partial o2} + J_1^{\partial o3}) + \chi_y (J_2^{\partial o1} + J_2^{\partial o2} + J_2^{\partial o3}) +$$

$$+ \varepsilon_x (I_1^{\partial o1} + I_1^{\partial o2} + I_1^{\partial o3}) + \chi_x (I_2^{\partial o1} + I_2^{\partial o2} + I_2^{\partial o3}) + (\Delta M^{\partial o1} + \Delta M^{\partial o2} + \Delta M^{\partial o3}),$$

$$N_x^{\partial o} = \varepsilon_x (J_0^{\partial o1} + J_0^{\partial o2} + J_0^{\partial o3}) + \chi_x (J_1^{\partial o1} + J_1^{\partial o2} + J_1^{\partial o3}) +$$

$$+ \varepsilon_y (I_0^{\partial o1} + I_0^{\partial o2} + I_0^{\partial o3}) + \chi_y (I_1^{\partial o1} + I_1^{\partial o2} + I_1^{\partial o3}) + (\Delta N^{\partial o1} + \Delta N^{\partial o2} + \Delta N^{\partial o3}),$$

$$N_y^{\partial o} = \varepsilon_y (J_0^{\partial o1} + J_0^{\partial o2} + J_0^{\partial o3}) + \chi_y (J_1^{\partial o1} + J_1^{\partial o2} + J_1^{\partial o3}) +$$

$$+ \varepsilon_x (I_0^{\partial o1} + I_0^{\partial o2} + I_0^{\partial o3}) + \chi_x (I_1^{\partial o1} + I_1^{\partial o2} + I_1^{\partial o3}) + (\Delta N^{\partial o1} + \Delta N^{\partial o2} + \Delta N^{\partial o3}),$$

$$H^{\partial o} = \varepsilon_{xy} (T_1^{\partial o1} + T_1^{\partial o2} + T_1^{\partial o3}) + 2\chi_{xy} (T_2^{\partial o1} + T_2^{\partial o2} + T_2^{\partial o3}),$$

$$S^{\partial o} = \varepsilon_{xy} (T_0^{\partial o1} + T_0^{\partial o2} + T_0^{\partial o3}) + 2\chi_{xy} (T_1^{\partial o1} + T_1^{\partial o2} + T_1^{\partial o3}).$$

В результате выражения для полных усилий и моментов многослойной пластине можно записать так:

$$\begin{aligned}
 M_x &= \varepsilon_x (J_1^{\bar{\sigma}} + J_{1x}^a + J_1^{\partial o}) + \chi_x (J_2^{\bar{\sigma}} + J_{2x}^a + J_2^{\partial o}) + \varepsilon_y (I_1^{\bar{\sigma}} + I_1^{\partial o}) + \\
 &\quad + \chi_y (I_2^{\bar{\sigma}} + I_2^{\partial o}) + (\Delta M^{\bar{\sigma}} + \Delta M_x^a + \Delta M^{\partial o}), \\
 M_y &= \varepsilon_y (J_1^{\bar{\sigma}} + J_{1y}^a + J_1^{\partial o}) + \chi_y (J_2^{\bar{\sigma}} + J_{2y}^a + J_2^{\partial o}) + \varepsilon_x (I_1^{\bar{\sigma}} + I_1^{\partial o}) + \\
 &\quad + \chi_x (I_2^{\bar{\sigma}} + I_2^{\partial o}) + (\Delta M^{\bar{\sigma}} + \Delta M_y^a + \Delta M^{\partial o}), \\
 N_x &= \varepsilon_x (J_0^{\bar{\sigma}} + J_{0x}^a + J_0^{\partial o}) + \chi_x (J_1^{\bar{\sigma}} + J_{1x}^a + J_1^{\partial o}) + \varepsilon_y (I_0^{\bar{\sigma}} + I_0^{\partial o}) + \\
 &\quad + \chi_y (I_1^{\bar{\sigma}} + I_1^{\partial o}) + (\Delta N^{\bar{\sigma}} + \Delta N_x^a + \Delta N^{\partial o}), \\
 N_y &= \varepsilon_y (J_0^{\bar{\sigma}} + J_{0y}^a + J_0^{\partial o}) + \chi_y (J_1^{\bar{\sigma}} + J_{1y}^a + J_1^{\partial o}) + \varepsilon_x (I_0^{\bar{\sigma}} + I_0^{\partial o}) + \\
 &\quad + \chi_x (I_1^{\bar{\sigma}} + I_1^{\partial o}) + (\Delta N^{\bar{\sigma}} + \Delta N_y^a + \Delta N^{\partial o}), \\
 H &= \varepsilon_{xy} (T_1^{\bar{\sigma}} + T_1^{\partial o}) + 2\chi_{xy} (T_2^{\bar{\sigma}} + T_2^{\partial o}), \\
 S &= \varepsilon_{xy} (T_0^{\bar{\sigma}} + T_0^{\partial o}) + 2\chi_{xy} (T_1^{\bar{\sigma}} + T_1^{\partial o}).
 \end{aligned} \tag{73}$$

Полагая, что контур пластины подвергается действию погонных нормальных и сдвиговых усилий:

$$N_x = N_x^{\Gamma}, \quad N_y = N_y^{\Gamma}, \quad S = S^{\Gamma}, \tag{74}$$

найдем выражения для деформаций ε_x , ε_y , ε_{xy} :

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_x &= \chi_x f_{11} + \chi_y f_{12} + \Delta \varepsilon_x^*, \\
 \varepsilon_y &= \chi_y f_{21} + \chi_x f_{22} + \Delta \varepsilon_y^*, \\
 \varepsilon_{xy} &= -2\chi_{xy} \left(\frac{T_1^{\bar{\sigma}} + T_1^{\partial o}}{T_0^{\bar{\sigma}} + T_0^{\partial o}} \right) + \frac{S^{\Gamma}}{T_0^{\bar{\sigma}} + T_0^{\partial o}}.
 \end{aligned} \tag{75}$$

в которых обозначено:

$$\begin{aligned}
 f_{11} &= \frac{(I_1^{\bar{\sigma}} + I_1^{\partial o})(I_0^{\bar{\sigma}} + I_0^{\partial o}) - (J_1^{\bar{\sigma}} + J_{1x}^a + J_1^{\partial o})(J_0^{\bar{\sigma}} + J_{0y}^a + J_0^{\partial o})}{(J_0^{\bar{\sigma}} + J_{0y}^a + J_0^{\partial o})(J_0^{\bar{\sigma}} + J_{0x}^a + J_0^{\partial o}) - (I_0^{\bar{\sigma}} + I_0^{\partial o})^2}, \\
 f_{12} &= \frac{(I_0^{\bar{\sigma}} + I_0^{\partial o})(J_1^{\bar{\sigma}} + J_{1y}^a + J_1^{\partial o}) - (J_0^{\bar{\sigma}} + J_{0y}^a + J_0^{\partial o})(I_1^{\bar{\sigma}} + I_1^{\partial o})}{(J_0^{\bar{\sigma}} + J_{0y}^a + J_0^{\partial o})(J_0^{\bar{\sigma}} + J_{0x}^a + J_0^{\partial o}) - (I_0^{\bar{\sigma}} + I_0^{\partial o})^2}, \\
 f_{21} &= \frac{(I_0^{\bar{\sigma}} + I_0^{\partial o})(I_1^{\bar{\sigma}} + I_1^{\partial o}) - (J_1^{\bar{\sigma}} + J_{1y}^a + J_1^{\partial o})(J_0^{\bar{\sigma}} + J_{0x}^a + J_0^{\partial o})}{(J_0^{\bar{\sigma}} + J_{0y}^a + J_0^{\partial o})(J_0^{\bar{\sigma}} + J_{0x}^a + J_0^{\partial o}) - (I_0^{\bar{\sigma}} + I_0^{\partial o})^2}, \\
 f_{22} &= \frac{(I_0^{\bar{\sigma}} + I_0^{\partial o})(J_1^{\bar{\sigma}} + J_{1x}^a + J_1^{\partial o}) - (I_1^{\bar{\sigma}} + I_1^{\partial o})(J_0^{\bar{\sigma}} + J_{0x}^a + J_0^{\partial o})}{(J_0^{\bar{\sigma}} + J_{0y}^a + J_0^{\partial o})(J_0^{\bar{\sigma}} + J_{0x}^a + J_0^{\partial o}) - (I_0^{\bar{\sigma}} + I_0^{\partial o})^2},
 \end{aligned} \tag{76}$$

$$\begin{aligned}\Delta \varepsilon_x^* &= f_3 \cdot ((\Delta N^{\bar{\sigma}} + \Delta N_y^a + \Delta N^{\partial o}) - N_y^I) + f_4 \cdot (N_x^I - (\Delta N^{\bar{\sigma}} + \Delta N_x^a + \Delta N^{\partial o})), \\ \Delta \varepsilon_y^* &= f_3 \cdot ((\Delta N^{\bar{\sigma}} + \Delta N_x^a + \Delta N^{\partial o}) - N_x^I) + f_4 \cdot (N_y^I - (\Delta N^{\bar{\sigma}} + \Delta N_y^a + \Delta N^{\partial o})), \\ f_3 &= \frac{(I_0^{\bar{\sigma}} + I_0^{\partial o})}{(J_0^{\bar{\sigma}} + J_{0y}^a + J_0^{\partial o})(J_0^{\bar{\sigma}} + J_{0x}^a + J_0^{\partial o}) - (I_0^{\bar{\sigma}} + I_0^{\partial o})^2}, \\ f_4 &= \frac{(J_0^{\bar{\sigma}} + J_{0y}^a + J_0^{\partial o})}{(J_0^{\bar{\sigma}} + J_{0y}^a + J_0^{\partial o})(J_0^{\bar{\sigma}} + J_{0x}^a + J_0^{\partial o}) - (I_0^{\bar{\sigma}} + I_0^{\partial o})^2}.\end{aligned}$$

Подставляя (75) в выражения для моментов M_x , M_y , H (73), после ряда преобразований получим:

$$\begin{aligned}M_x &= G_{11} \cdot \chi_x + G_{12} \cdot \chi_y + \Delta M_x^*, \quad M_y = G_{21} \cdot \chi_y + G_{22} \cdot \chi_x + \Delta M_y^*, \\ H &= G_3 \cdot \chi_{xy} + \Delta H^*,\end{aligned}\tag{77}$$

где использованы обозначения:

$$\begin{aligned}\Delta M_x^* &= \Delta \varepsilon_x^* \cdot (J_1^{\bar{\sigma}} + J_{1x}^a + J_1^{\partial o}) + \Delta \varepsilon_y^* \cdot (I_1^{\bar{\sigma}} + I_1^{\partial o}) + (\Delta M^{\bar{\sigma}} + \Delta M_x^a + \Delta M^{\partial o}), \\ \Delta M_y^* &= \Delta \varepsilon_y^* \cdot (J_1^{\bar{\sigma}} + J_{1y}^a + J_1^{\partial o}) + \Delta \varepsilon_x^* \cdot (I_1^{\bar{\sigma}} + I_1^{\partial o}) + (\Delta M^{\bar{\sigma}} + \Delta M_y^a + \Delta M^{\partial o}), \\ \Delta H^* &= \frac{S^I \cdot (T_1^{\bar{\sigma}} + T_1^{\partial o})}{(T_0^{\bar{\sigma}} + T_0^{\partial o})},\end{aligned}\tag{78}$$

$$\begin{aligned}G_{11} &= f_{11} \cdot (J_1^{\bar{\sigma}} + J_{1x}^a + J_1^{\partial o}) + f_{22} \cdot (I_1^{\bar{\sigma}} + I_1^{\partial o}) + (J_2^{\bar{\sigma}} + J_{2x}^a + J_2^{\partial o}), \\ G_{12} &= f_{12} \cdot (J_1^{\bar{\sigma}} + J_{1x}^a + J_1^{\partial o}) + f_{21} \cdot (I_1^{\bar{\sigma}} + I_1^{\partial o}) + (I_2^{\bar{\sigma}} + I_2^{\partial o}), \\ G_{21} &= f_{21} \cdot (J_1^{\bar{\sigma}} + J_{1y}^a + J_1^{\partial o}) + f_{12} \cdot (I_1^{\bar{\sigma}} + I_1^{\partial o}) + (J_2^{\bar{\sigma}} + J_{2y}^a + J_2^{\partial o}), \\ G_{22} &= f_{22} \cdot (J_1^{\bar{\sigma}} + J_{1y}^a + J_1^{\partial o}) + f_{11} \cdot (I_1^{\bar{\sigma}} + I_1^{\partial o}) + (I_2^{\bar{\sigma}} + I_2^{\partial o}), \\ G_3 &= 2(T_2^{\bar{\sigma}} + T_2^{\partial o}) - 2 \frac{(T_1^{\bar{\sigma}} + T_1^{\partial o})^2}{(T_0^{\bar{\sigma}} + T_0^{\partial o})}.\end{aligned}\tag{79}$$

Так как кривизны изгибаемой многослойной пластины выражаются через прогиб W по формулам (55), то формулы (77) запишутся:

$$\begin{aligned}M_x &= -G_{11} \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} - G_{12} \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} + \Delta M_x^*, \quad M_y = -G_{21} \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} - G_{22} \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \Delta M_y^*, \\ H &= -G_3 \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} + \Delta H^*.\end{aligned}\tag{80}$$

Подставляя (80) в (4), получим:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(-G_{11} \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} - G_{12} \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} + \Delta M_x^* \right) + 2 \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \left(-G_3 \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} + \Delta H^* \right) + \\ & + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \left(-G_{21} \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} - G_{22} \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \Delta M_y^* \right) = -p. \end{aligned} \quad (81)$$

Обозначая:

$$q = \frac{\partial^2 \Delta M_x^*}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 \Delta H^*}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 \Delta M_y^*}{\partial y^2}, \quad (82)$$

где q — некоторая условная тепловая нагрузка, запишем разрешающее дифференциальное уравнение изгиба многослойной пластины, моделирующей поведения железобетонной плиты проезжей части с многослойной дорожной одеждой на ней:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(G_{11} \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \right) + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(G_{12} \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \right) + 2 \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \left(G_3 \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} \right) + \\ & + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \left(G_{21} \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \left(G_{22} \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \right) = p + q. \end{aligned} \quad (83)$$

Как всегда, к этому дифференциальному уравнению нужно добавить граничные условия по периметру многослойной пластины и тепловые условия на ее поверхностях.

Заключение

Conclusion

В статье предложена методика построения нелинейной деформационной модели плиты проезжей части моста из железобетона с дорожной одеждой на ней, работающих в условиях сухого и жаркого климата, характерного для республики Узбекистан. С использованием этой методики получено дифференциальное уравнение, описывающее изгиб плиты проезжей части с многослойной дорожной одеждой, подвергающихся совместному действию нагрузки и теплового поля. При этом учитывается изменение свойств материалов дорожной одежды от температуры. Исследовано две возможных ситуации: нестационарный кондуктивный теплоперенос и стационарный кондуктивный теплоперенос четырехслойной конструкции, включающей железобетонную плиту проезжей части и трехслойную дорожную одежду на ней. С использованием имеющихся экспериментальных данных произведена и идентификация моделей слоев дорожной одежды при разных уровнях температуры. Полученные нелинейные дифференциальные уравнения позволяют исследовать поведение железобетонной плиты

проезжей части моста с многослойной дорожной одеждой на ней на совместное действие стационарной нагрузки и температуры, и определять напряженно-деформированное состояние каждого слоя с учетом нелинейной и неодинаковой работы материалов слоев на растяжение и сжатие.

В дальнейшем представляет интерес построение и использование моделей, основанных на деформационном подходе, учитывающих совместное воздействие и нагрузки, и температуры, и агрессивной окружающей среды, приводящих к появлению и наведенной неоднородности и наведенной анизотропии свойств материалов, составляющих проезжую часть мостового сооружения [19; 20], а также моделей, учитывающих динамическое воздействие нагрузки на мост [21]. Также интерес представляет использование концепции экологически рационального проектирования мостовых сооружений [22], применительно к проектированию проезжей части мостов.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Шермухамедов, У.З.** Современные подходы проектирования и строительства мостов и путепроводов в республике Узбекистан / У.З. Шермухамедов, А.Б. Каримова. — DOI <https://doi.org/10.5281/zenodo.7422524> // Science and innovation. — 2022. — Т 1. — № 8. — С. 647–656. — URL: <https://zenodo.org/records/7422524>. (дата обращения: 01.06.2024).
2. **Чижов, С.В.** Метод возведения дисперсно-армированных железобетонных пролётных строений мостов в условиях сухо-жаркого климата / С.В. Чижов, Э.Т. Яхшиев // Наукоедение. — 2016. — Т 8. — № 5. — С. 05TVN516. — URL: <https://naukovedenie.ru/PDF/05TVN516.pdf>. — EDN XCMQUB. (дата обращения: 01.06.2024).
3. **Raupov, C.** Experimental and theoretical assessment of the long-term strength of lightweight concrete and its components under compression and tension, taking into account the macrostructure of the material / C. Raupov, A. Karimova, F. Zokirov, Y. Khakimova. — DOI <https://doi.org/10.1051/e3sconf/202126402024> // E3S Web Conf. — 2021. — Т 264. — С. 2024. — URL: https://www.e3s-conferences.org/articles/e3sconf/abs/2021/40/e3sconf_conmechhydro2021_02024/e3sconf_conmechhydro2021_02024.html. (дата обращения: 01.06.2024).
4. **Валиев, Ш.Н.** Вопросы проектирования, строительства и эксплуатации железобетонных мостовых сооружений в условиях сухого жаркого климата Республики Узбекистан / Ш.Н. Валиев, М.З. Ахмаджонов, И.Г. Овчинников. — DOI <https://doi.org/10.15862/19SATS423> // Транспортные сооружения. — 2023. — Т 10. — № 4. — С. 19SATS423. — URL: <https://t-s.today/19SATS423.html>. — EDN CAXRJZ. (дата обращения: 01.06.2024).
5. **Овчинников, И.Г.** Проблемы применения современных нормативных документов для расчета транспортных сооружений / И.Г. Овчинников, И.И. Овчинников, Б.Б. Жаналиев, Н.Б. Кудайбергенов. — DOI <https://doi.org/10.31660/2782-232X-2024-1-116-122> // Архитектура, строительство, транспорт. — 2024. — № 1. — С. 116–122. — URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=65312793>. — EDN AWZRVG. (дата обращения: 01.06.2024).
6. **Ахмаджонов, М.З.** О применении деформационной модели к расчету железобетонных конструкций мостовых сооружений в Узбекистане / М.З. Ахмаджонов, Ш.Н. Валиев // Актуальные проблемы строительства и строительной индустрии: сборник материалов 25-ой Международной научно-технической конференции / под общ. ред. В.Г. Теличко Тула: Изд-во ТулГУ, 2024. — С. 5–8.
7. **Лыков, А.В.** Тепломассообмен / А.В. Лыков. — М.: Энергия, 1978. — 479 с. — URL: <https://search.rsl.ru/ru/record/01007626144>. (дата обращения: 01.06.2024).

8. **Бураков, В.А.** Математическая модель напряженно-деформированного состояния кровельных покрытий при тепловом воздействии окружающей среды / В.А. Бураков // Известия высших учебных заведений. Строительство. — 2001. — № 2-3. — С. 20–27. — URL: <http://unilibrary.ru/articles/journals/ivs/izvestija-vuzov-stroitelstvo-2001/izvestija-vuzov-stroitelstvo-2001-02-03/burakov-va-shmidt-gg-matematicheskaja-model-naprijazhenno-deformirovannogo-sostojanija-krovelnih-pokritij-pri-teplovom-vozdjeystvii-okruzhajushhej-sredi.html>. (дата обращения: 01.06.2024).
9. **Уонг, Х.** Основные формулы и данные по теплообмену для инженеров / Х. Уонг. — Пер. с англ. В.В. Яковлева и В.И. Колядина. — М.: Атомиздат, 1979. — 216 с. — URL: <https://search.rsl.ru/ru/record/01007819123>. (дата обращения: 01.06.2024).
10. **Тангитам, С.** Напряженное состояние твердотопливных двигателей при тепловом воздействии окружающей среды / С. Тангитам, Р. Хеллер // Аэрокосмическая техника. — 1987. — № 7. — С. 102–112.
11. **Алифанов, О.М.** Обратные задачи в исследовании сложного теплообмена / О.М. Алифанов. — М.: Машиностроение, 1988. — 279 с. — URL: <https://search.rsl.ru/ru/record/01001402629>. (дата обращения: 01.06.2024).
12. **Руденский, А.В.** Дорожные асфальтобетонные покрытия / А.В. Руденский. — М.: Транспорт, 1992. — 253 с. — URL: <https://search.rsl.ru/ru/record/01001644306>. (дата обращения: 14.06.2024).
13. **Овчинников, И.Г.** Моделирование поведения железобетонных элементов конструкций в условиях воздействия хлоридосодержащих сред / И.Г. Овчинников, В.В. Раткин, А.А. Землянский. — М-во образования Российской Федерации, Саратовский гос. техн. ун-т. — Саратов: Саратовский гос. техн. ун-т, 2000. — 229 с. — URL: <https://search.rsl.ru/ru/record/01000640582>. (дата обращения: 14.06.2024).
14. **Карпенко, Н.И.** Общие модели механики железобетона / Н.И. Карпенко. — М.: Стройиздат, 1996. — 412 с. — URL: <https://search.rsl.ru/ru/record/01001746353>. (дата обращения: 14.06.2024).
15. **Альтшулер, Б.А.** Влияние последовательности нагрева и загрузки на прочность и деформативность обычного бетона при растяжении / Б.А. Альтшулер, И.И. Шахов, В.Н. Щербатюк // Бетон и железобетон. — 1978. — № 1. — С. 40–42.
16. **Попеско, А.И.** Работоспособность железобетонных конструкций, подверженных коррозии / А.И. Попеско. — С.-Петерб. гос. архитектур.-строит. ун-т. — СПб.: СПбГАСУ, 1996. — 181 с. — URL: <https://search.rsl.ru/ru/record/01001756914>. (дата обращения: 14.06.2024).
17. **Мадатян, С.А.** Диаграмма растяжения высокопрочной арматурной стали в состоянии поставки / С.А. Мадатян // Бетон и железобетон. — 1985. — № 2. — С. 12–13. — URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?edn=xzxbyt>. — EDN XZXBYT. (дата обращения: 14.06.2024).
18. **Байков, В.Н.** Об уточнении аналитических зависимостей диаграммы растяжения арматурных сталей / В.Н. Байков, С.А. Мадатян, Л.С. Дудолодов, В.М. Митасов // Известия высших учебных заведений. Строительство и архитектура. — 1983. — № 9. — С. 1–5. — URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?edn=tbzgcb>. — EDN TBZGCB. (дата обращения: 14.06.2024).
19. **Mavzovin, V.** Taking into account the effect of temperature and concentration of a corrosive medium when modeling corrosive of metal structures / V. Mavzovin, I. Ovchinnikov. — DOI <https://doi.org/10.1063/5.0107076> // AIP Conf. Proc. — 2023. — Т 2497. — № 1. — С. 40010. — URL: <https://pubs.aip.org/aip/acp/article-abstract/2497/1/040010/2888550/Taking-into-account-the-effect-of-temperature-and?redirectedFrom=fulltext>. (дата обращения: 14.06.2024).
20. **Pestryakov, A.** Construction of a Model of Interaction of a Fiber-reinforced Plate with an Elastic Base / A. Pestryakov, I. Ovchinnikov, A. Demidov. — DOI <https://doi.org/10.5220/0011581400003527> // Proceedings of the 1st International Scientific and Practical Conference on Transport: Logistics, Construction, Maintenance, Management / Екатеринбург: Уральский государственный университет путей сообщения, 2023. — С. 187–195. — URL: <https://www.scitepress.org/ProceedingsDetails.aspx?ID=tVrZ3SNp2yc=&t=1>. (дата обращения: 14.06.2024).
21. **Razuvaev, D.** Dynamic effects of vehicles on the elements of bridge structures due to deformation of the approach slabs / D. Razuvaev, M. Chakhlov, R. Pechenkin. — DOI <https://doi.org/10.1051/e3sconf/201913502007> // E3S Web Conf. — 2019. — Т 135. — С. 2007. — URL: https://www.e3s-conferences.org/articles/e3sconf/abs/2019/61/e3sconf_itesel8_02007/e3sconf_itesel8_02007.html. (дата обращения: 14.06.2024).

22. **Ovchinnikov, I.G.** Sustainable bridge design in Russia / I.G. Ovchinnikov, I.I. Ovchinnikov. — DOI <https://doi.org/10.1063/5.0133764> // AIP Conf. Proc. — 2023. — Т 2624. — № 1. — С. 30021. — URL: <https://pubs.aip.org/aip/acp/article-abstract/2624/1/030021/2931213/Sustainable-bridge-design-in-Russia?redirectedFrom=fulltext>. (дата обращения: 14.06.2024).

Сведения об авторах:

Ахмаджонов Мирали Зафар угли — аспирант кафедры «Мосты, тоннели и строительные конструкции», ФГБОУ ВО «Московский автомобильно-дорожный государственный технический университет», Москва, Россия, e-mail: miralee7@mail.ru

Валиев Шерали Назаралиевич — кандидат технических наук, доцент, профессор, ФГБОУ ВО «Московский автомобильно-дорожный государственный технический университет», Москва, Россия, доцент, ФГБОУ ВО «Тюменский индустриальный университет», Тюмень, Россия, генеральный директор, ООО «Малое инновационное предприятие «Научно-Инженерный Центр Мостов и Сооружений», Москва, Россия, e-mail: vshn2014@gmail.com
ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6326-2233>
РИНЦ: https://elibrary.ru/author_profile.asp?id=284723
WoS: <https://www.webofscience.com/wos/author/rid/HLX-1425-2023>

Овчинников Игорь Георгиевич — доктор технических наук, профессор, заслуженный деятель науки РФ, профессор базовой кафедры «АО Мостострой-11», ФГБОУ ВО «Тюменский индустриальный университет», Тюмень, Россия, профессор кафедры «Автомобильные дороги и мосты», ФГАОУ ВО «Пермский национальный исследовательский политехнический университет», Пермь, Россия, профессор кафедры «Мосты и транспортные тоннели», ФГБОУ ВО «Уральский государственный университет путей сообщения», Екатеринбург, Россия, e-mail: bridgesar@mail.ru
ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0617-3132>
РИНЦ: https://elibrary.ru/author_profile.asp?id=2922
WoS: <https://www.webofscience.com/wos/author/rid/J-5539-2013>
SCOPUS: <https://www.scopus.com/authid/detail.url?authorId=7102605749>
SCOPUS: <https://www.scopus.com/authid/detail.url?authorId=57191523105>

Статья получена: 12.08.2024. Принята к публикации: 06.10.2024. Опубликовано онлайн: 21.10.2024.

REFERENCES

1. Shermukhamedov U.Z., Karimova A.B. Modern Approaches to Design and Construction of Bridges and Overpasses in The Republic of Uzbekistan. *Science and innovation*. 2022;1(8): 647–656. (In Russ., abstract in Eng.) DOI: <https://doi.org/10.5281/zenodo.7422524>.
2. Chizhov S.V., Yahshiev E.T. The method of construction of the dispersion-reinforced concrete bridge spans in a dry, hot climate. *Naukovedenie*. 2016;8(5): 05TVN516. Available at: <https://naukovedenie.ru/PDF/05TVN516.pdf> (accessed 01st June 2024). (In Russ., abstract in Eng.).
3. Raupov C., Karimova A., Zokirov F., Khakimova Y. Experimental and theoretical assessment of the long-term strength of lightweight concrete and its components under compression and tension, taking into account the macrostructure of the material. *E3S Web Conf*. 2021;264: 2024. (In Eng.) DOI: <https://doi.org/10.1051/e3sconf/202126402024>.
4. Valiev Sh.N., Akhmadjonov MZ., Ovchinnikov I.G. Design, construction and operation issues of reinforced concrete bridge structures in dry hot climate conditions of the Republic of Uzbekistan. *Russian Journal of Transport Engineering*. 2023;10(4): 19SATS423. (In Russ., abstract in Eng.) DOI: <https://doi.org/10.15862/19SATS423>.
5. Ovchinnikov I.G., Ovchinnikov I.I., Zhanaliev B.B., Kudaibergenov N.B. Issues of application of modern regulatory documents for the calculation of transportation structures. *Architecture, Construction, Transport*. 2024;1(1): 116–122. (In Russ., abstract in Eng.) DOI: <https://doi.org/10.31660/2782-232X-2024-1-116-122>.

6. Akhmadzhonov M.Z., Valiyev Sh.N. O primenenii deformatsionnoy modeli k raschetu zhelezobetonnykh konstruksiy mostovykh sooruzheniy v Uzbekistane [On the application of the deformation model to the calculation of reinforced concrete structures of bridge structures in Uzbekistan]. In: *Aktual'nyye problemy stroitel'stva i stroitel'noy industrii: sbornik materialov 25-oy Mezhdunarodnoy nauchno-tehnicheskoy konferentsii* [Current issues in construction and the construction industry: collection of materials from the 25th International Scientific and Technical Conference]. Tula: Tula State University; 2024. p. 5–8.
7. Lykov A.V. [Heat and mass transfer]. Moscow: Energiya; 1978. Available at: <https://search.rsl.ru/ru/record/01007626144> (accessed 01st June 2024). (In Russ.).
8. Burakov V.A. [Mathematical model of stress-strain state of roof coverings under thermal influence of the environment]. *News of higher educational institutions. Construction*. 2001;(2-3): 20–27. Available at: <http://unilibrary.ru/articles/journals/ivs/izvestija-vuzov-stroitelstvo-2001/izvestija-vuzov-stroitelstvo-2001-02-03/burakov-va-shmidt-gg-matematicheskaja-model-naprjazhenno-deformirovannogo-sostojaniya-krovelnih-pokritij-pri-teplovom-vozddejstvii-okruzhajushhej-sredi.html> (accessed 01st June 2024). (In Russ.).
9. Wong H.Y. Handbook of Essential Formulae and Data on Heat Transfer for Engineers. Longman; 1977. Available at: https://books.google.ru/books?id=3vBEAQAAIAAJ&hl=ru&source=gbs_navlinks_s (accessed 01st June 2024). (In Eng.).
10. Tangitam S., Kheller R. Napryazhennoye sostoyaniye tverdotoplivnykh dvigateley pri teplovom vozddejstvii okruzhajushchey sredy [Stress state of solid propellant engines under thermal influence of the environment]. *Aerokosmicheskaya tekhnika* [Aerospace engineering]. 1987;(7): 102–112. (In Russ.).
11. Alifanov O.M. [Inverse problems in the study of complex heat transfer]. Moscow: Mashinostroyeniye; 1988. Available at: <https://search.rsl.ru/ru/record/01001402629> (accessed 01st June 2024). (In Russ.).
12. Rudenskiy A.V. [Asphalt concrete road surfaces]. Moscow: Transport; 1992. Available at: <https://search.rsl.ru/ru/record/01001644306> (accessed 14th June 2024). (In Russ.).
13. Ovchinnikov I.G., Ratkin V.V., Zemlyanskiy A.A. [Modeling the behavior of reinforced concrete structural elements under the influence of chloride-containing environments]. Saratov: Yuri Gagarin State Technical University of Saratov; 2000. Available at: <https://search.rsl.ru/ru/record/01000640582> (accessed 14th June 2024). (In Russ.).
14. Karpenko N.I. [General models of reinforced concrete mechanics]. Moscow: Stroyizdat; 1996. Available at: <https://search.rsl.ru/ru/record/01001746353> (accessed 14th June 2024). (In Russ.).
15. Al'tsh'chler B.A., Shakhov I.I., Shcherbatyuk V.N. Vliyaniye posledovatel'nosti nagreva i zagruzheniya na prochnost' i deformativnost' obychnogo betona pri rastyazhenii [Effect of heating and loading sequence on the tensile strength and deformability of ordinary concrete]. *Beton i zhelezobeton* = [Concrete and reinforced concrete]. 1978;(1): 40–42. (In Russ.).
16. Popesko A.I. [Performance of reinforced concrete structures subject to corrosion]. Saint Petersburg: St Petersburg State University of Architecture and Civil Engineering; 1996. Available at: <https://search.rsl.ru/ru/record/01001756914> (accessed 14th June 2024). (In Russ.).
17. Madatyan S.A. [Tensile stress diagram of high strength reinforcing steel as delivered]. *Beton i zhelezobeton* = [Concrete and reinforced concrete]. 1985;(2): 12–13. Available at: <https://www.elibrary.ru/item.asp?edn=xzxbyt> (accessed 14th June 2024). (In Russ.).
18. Baykov V.N., Madatyan S.A., Dudoladov L.S., Mitasov V.M. [On the clarification of analytical dependencies of the tensile stress diagram of reinforcing steels]. *Beton i zhelezobeton* = [Concrete and reinforced concrete]. 1983;(9): 1–5. Available at: <https://www.elibrary.ru/item.asp?edn=tbzgcb> (accessed 14th June 2024). (In Russ.).
19. Mavzovin V., Ovchinnikov I. Taking into account the effect of temperature and concentration of a corrosive medium when modeling corrosive of metal structures. *AIP Conf. Proc.* 2023;2497(1): 40010. (In Eng.) DOI: <https://doi.org/10.1063/5.0107076>.
20. Pestryakov A., Ovchinnikov I., Demidov A. Construction of a Model of Interaction of a Fiber-reinforced Plate with an Elastic Base. In: *Proceedings of the 1st International Scientific and Practical Conference on Transport: Logistics, Construction, Maintenance, Management*. Ekaterinburg: Ural State University of Railway Transport; 2023. p. 187–195. Available at: <https://www.scitepress.org/ProceedingsDetails.aspx?ID=tVrZ3SNp2yc=&t=1> (accessed 14th June 2024). (In Eng.) DOI: <https://doi.org/10.5220/0011581400003527>.

21. Razuvaev D., Chakhlov M., Pechenkin R. Dynamic effects of vehicles on the elements of bridge structures due to deformation of the approach slabs. *E3S Web Conf.* 2019;135: 2007. (In Eng.) DOI: <https://doi.org/10.1051/e3sconf/201913502007>.
22. Ovchinnikov I.G., Ovchinnikov I.I. Sustainable bridge design in Russia. *AIP Conf. Proc.* 2023;2624(1): 30021. (In Eng.) DOI: <https://doi.org/10.1063/5.0133764>.

Information about the authors:

Mirali Z. Akhmadjonov — Moscow Automobile and Road Construction State Technical University, Moscow, Russia, e-mail: miralee7@mail.ru

Sherali N. Valiev — Moscow Automobile and Road Construction State Technical University, Moscow, Russia, Industrial University of Tyumen, Tyumen, Russia, Small Innovative Enterprise «Scientific and Engineering Center of Bridges and Structures», Moscow, Russia, e-mail: vshn2014@gmail.com

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6326-2233>

RSCI: https://elibrary.ru/author_profile.asp?id=284723

WoS: <https://www.webofscience.com/wos/author/rid/HLX-1425-2023>

Igor G. Ovchinnikov — Industrial University of Tyumen, Tyumen, Russia, Perm National Research Polytechnic University, Perm, Russia, Ural State University of Railway Transport, Ekaterinburg, Russia, e-mail: bridgesar@mail.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0617-3132>

RSCI: https://elibrary.ru/author_profile.asp?id=2922

WoS: <https://www.webofscience.com/wos/author/rid/J-5539-2013>

SCOPUS: <https://www.scopus.com/authid/detail.url?authorId=7102605749>

SCOPUS: <https://www.scopus.com/authid/detail.url?authorId=57191523105>

Submitted: 12th August 2024. Revised: 6th October 2024. Published online: 21st October 2024.