Интернет-журнал «Транспортные сооружения» https://t-s.today
Russian journal of transport engineering

2020, №1, Том 7 / 2020, No 1, Vol 7 https://t-s.today/issue-1-2020.html

URL статьи: https://t-s.today/PDF/06SATS120.pdf

DOI: 10.15862/06SATS120 (http://dx.doi.org/10.15862/06SATS120)

Ссылка для цитирования этой статьи:
Агаханов Э.К., Агаханов М.К. Поровое давление при уплотнении двухфазного грунта // Интернет-журнал «Транспортные сооружения», 2020 №1, https://t-s.today/PDF/06SATS120.pdf (доступ свободный). Загл. с экрана. Яз. рус., англ. DOI: 10.15862/06SATS120

For citation:
Agakhanov E.K., Agakhanov M.K. (2020). Pore pressure when compacting two-phase soil. *Russian journal of transport engineering*, [online] 1(7). Available at: https://t-s.today/PDF/06SATS120.pdf (in Russian). DOI: 10.15862/06SATS120

УДК 539.3

Агаханов Элифхан Керимханович
ФГБОУ ВО «Дагестанский государственный технический университет», Махачкала, Россия
Заведующий кафедрой «Автомобильных дорог, оснований и фундаментов»
Доктор технических наук, профессор
E-mail: Elifhan@bk.ru

Агаханов Мурад Киримханович
ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет»
Москва, Россия
Доцент кафедры «Сопротивления материалов»
Кандидат технических наук, доцент
E-mail: muradak@mail.ru

Поровое давление при уплотнении двухфазного грунта

Аннотация. В современных условиях по отношению к общему объему накопленных профессиональных знаний объем активных информационных ресурсов повышается, и строительная практика постоянно обогащается новыми экспериментально-теоретически обоснованными точными знаниями. Несмотря на то, что современные численные методы позволяют решать задачи любой сложности, следует отметить, что экспериментальные и аналитические методы по-прежнему остаются актуальными.

В задачах механики деформируемого твердого тела широко используются методы моделирования действия объемных сил. Авторами представлены теоретические основы метода упругой аналогии для моделирования воздействия порового давления на грунт. При постановке вопроса принимается следующее допущение, что жидкость, заполняющая поры грунта, деформации сдвига не воспринимают. Касательные напряжения воспринимаются только скелетом грунта. Вода, заполняющая поры, не сопротивляется касательным напряжениям. Деформации скелета грунта от действия гидростатического давления воды представляют объемная деформация, а составляющие шарового тензора напряжений, равняются поровому давлению.

В статье рассматривается использование теории объемных сил при моделировании воздействия порового давления в процессе уплотнении двухфазного грунта. При этом рассматривается одномерная задача для случая деформирования (уплотнения) двухфазного грунта толщиной слоя h при действии распределенной нагрузки постоянной интенсивностью q. Считаем, что консолидируемый слой лежит на скалистом недеформируемом основании.

Авторами в работе рассматриваются различные условия дренирования для поверхностей консолидируемого слоя.

Приведены выражения для определения напряжений и осадки с учетом ползучести, для мгновенного напряженно-деформированного состояния и конечного напряженно-деформированного состояния.

Ключевые слова: поровое давление; грунтовое основание; деформации; напряжения; боковое давление; двухфазный грунт; скелет грунта

При решении задач механики широко используются различные аналогии. Вопросы, связанные с моделированием рассмотрены в работах [1–4].

В работе рассматривается возможность оценки влияния порового давления на скелет грунта с применением теории объемных сил.

Разрешающая система для оценки влияния порового давления на скелет (твердые минеральные частицы) грунта для упругомгновенной задачи включают следующие уравнения [5]:

$$G\left[\nabla^2 u_i(t)+\frac{1}{3}\frac{\partial e(t)}{\partial i}\right]+\frac{K^{(y)}}{3}\left[\frac{\partial e(t)}{\partial i}\right]=\frac{1}{\beta}\frac{\partial p_w(t)}{\partial i},$$
$$(i=x,\ y,\ z), \tag{1}$$
$$c\nabla^2 p_w(t)=\frac{\partial p_w(t)}{\partial t}.$$

Выражение для определения результирующих (полных) напряжений имеет следующий вид

$$\sigma_{ij}^{(n)}(t)=2G\left[\varepsilon_{ij}(t)-\delta_{ij}\frac{e(t)}{3}\right]+\delta_{ij}\frac{K^{(y)}}{3}e(t)-\delta_{ij}\frac{1}{\beta}p_w(t). \tag{2}$$

Рассматривается одномерная задача для случая деформирования (уплотнения) двухфазного грунта толщиной слоя h. Предположим, что слой двухфазного грунта толщиной h загружен распределенной нагрузкой постоянной интенсивностью q, а консолидируемый слой лежит на скалистом недеформируемом основании.

Рассмотрим следующие условия дренирования:

а) поверхности консолидируемого слоя ($z=0;\ z=h$) водопроницаемы

$$p_w\big|_{z=0}=0;\ p_w\big|_{z=h}=0; \tag{3}$$

б) поверхность консолидируемого слоя $z = 0$ водопроницаема, а поверхность консолидируемого слоя $z = h$ водонепроницаема

$$p_w\big|_{z=0}=0;\ \frac{\partial p_w}{\partial z}\Big|_{z=h}=0. \tag{4}$$

Учитывая, что в уравнении (2) компоненты деформаций

$\varepsilon_{xx}(t)=\varepsilon_{yy}(t)=0;\ \varepsilon_{xy}(t)=\varepsilon_{xz}(t)=\varepsilon_{zy}(t)=0$, а $\sigma_{zz}^{(n)}(t)=-q$, имеем

$$\sigma_{xx}^{(n)}(t)=\sigma_{yy}^{(n)}(t)=\frac{K^{(y)}-2G}{3}\frac{\partial u_z(t)}{\partial z}-\frac{1}{\beta}p_w(t), \tag{5}$$

$$\sigma_{zz}^{(n)}(t) = -q = \frac{4G + K^{(y)}}{3}\frac{\partial u_z(t)}{\partial z} - \frac{1}{\beta}\cdot p_w(t), \tag{6}$$

$$\sigma_{xy}^{(n)}(t) = \sigma_{xz}^{(n)}(t) = \sigma_{zy}^{(n)}(t) = 0. \tag{7}$$

Для напряжений $\sigma_{xx}^{(n)}(t)$ из (5) и (6) получим

$$\sigma_{xx}^{(n)}(t) = \sigma_{yy}^{(n)}(t) = -\left[\frac{K^{(y)} - 2G}{4G + K^{(y)}}q + \frac{6G}{4G + K^{(y)}}\frac{1}{\beta}p_w(t)\right], \tag{8}$$

$$\frac{\partial u_z(t)}{\partial z} = \frac{3}{4G + K^{(y)}}\left[\frac{1}{\beta}p_w(t) - q\right]. \tag{9}$$

После интегрирования выражения (9) имеем

$$u_z(t) = \frac{3}{4G + K^{(y)}}\left[-qz + \frac{1}{\beta}\int_0^z p_w(t)dz\right] + C. \tag{10}$$

С учетом, что консолидируемый слой лежит на скалистом недеформируемом основании, т. е. $u_z(t)\big|_{z=h} = 0$ получим

$$C = \frac{3}{4G + K^{(y)}}\left[qh - \frac{1}{\beta}\int_0^h p_w(t)dz\right]. \tag{11}$$

В результате для осадки основания $u_z(t)\big|_{z=0} = s$ с учетом (10) и (11) получаем следующее выражение

$$s(t) = \frac{3}{4G + K^{(y)}}\left[qh - \frac{1}{\beta}\int_0^h p_w(t)dz\right]. \tag{12}$$

Окончательное (полное) решение рассматриваемой задачи сможем получить, найдя поровое давление $p_w(t)$.

Для определения порового давления $p_w(t)$ используем последнее (четвертое) уравнение системы (1). Т. к. мы рассматриваем одномерную задачу $\left(\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)$, уравнение принимает следующий вид:

$$c\frac{\partial^2 p_w(t)}{\partial z^2} = \frac{\partial p_w(t)}{\partial t}. \tag{13}$$

Решаем уравнение (12) используя метод Фурье [6; 7], считая $p_w(z,t) = Z(z)T(t)$. Тогда из выражения (13), применяя разделение переменных, имеем

$$\frac{T'}{cT} = \frac{Z''}{Z} = -\alpha_i^2, \text{ откуда } T' + \alpha_i^2 cT = 0 \text{ и } Z'' + \alpha_i^2 Z = 0. \tag{14}$$

В результате получаем [8; 9] $T(t) = C\exp\left(-\alpha_i^2 ct\right)$ и $Z(z) = A\sin(\alpha_i z) + B\cos(\alpha_i z)$,

где A, B и C произвольные постоянные.

И частное решение (13) получаем в виде

Издательство «Мир науки» \ Publishing company «World of science» http://izd-mn.com

$$p_w(z,t) = \left[A\sin(\alpha_i z) + B\cos(\alpha_i z)\right] C\exp\left(-\alpha_i^2 ct\right). \tag{15}$$

При условиях на поверхности (3) имеем $B = 0$ и $\alpha_i = \dfrac{i \cdot \pi}{h}$, где i – любое целое число.

Так как уравнение (13) линейное, выражение

$$p_w(z,t) = \sum_{i=0}^{i=\infty} C_i \exp\left(-\alpha_i^2 ct\right)\sin(\alpha_i z) \tag{16}$$

также является решением уравнения (13), при заданных условиях на поверхности (3), где A_i может быть опущена из-за произвольности величины C_i.

C_i определим из условия, что в момент времени $t = 0$ поровое давление $p_w(z,t)$ в соответствии с [5] равно:

$$p_w(z,0) = \frac{q}{\dfrac{1}{\beta} + n_{cp}\dfrac{4G + K^{(y)}}{\alpha_w}} = \beta bq, \tag{17}$$

где

$$b = \frac{1}{1 + \dfrac{n_{cp}\beta\left[4G + K^{(y)}\right]}{\alpha_w}}. \tag{18}$$

Получив значение функции $p_w(z,t)$ в момент времени $t = 0$ и подставляя его в (17) получаем

$$\sum_{i=0}^{i=\infty} C_i \sin(\alpha_i z) = \frac{q}{\dfrac{1}{\beta} + n_{cp}\dfrac{4G + K^{(y)}}{\alpha_w}} = \beta bq,$$

и приравнивая соответствующие коэффициенты уравнения в правой и левой частях, предварительно разложив βbq в ряд по синусам [10] находим

$$C_i = \frac{4\beta bq}{\pi}\frac{1}{i}, \tag{19}$$

где $i = 1,\ 3,\ 5,\ \ldots$.

С учетом (16), получаем

$$p_w(z,t) = \frac{4\beta bq}{\pi}\sum_{i=1,3,\ldots}^{i=\infty}\frac{1}{i}\exp\left(-c\alpha_i^2 t\right)\sin(\alpha_i z). \tag{20}$$

Подставляя (20) в (8) и (12), получим конечном виде следующие расчетные формулы для определения:

бокового давления

$$\sigma_{xx}^{(n)}(t) = \sigma_{yy}^{(n)}(t) = -\left[\frac{\nu}{1-\nu}q + \frac{1-2\nu}{1-\nu}\frac{4bq}{\pi}\sum_{i=1,3,\ldots}^{i=\infty}\frac{1}{i}\exp\left(-c\alpha_i^2 t\right)\sin(\alpha_i z)\right] \tag{21}$$

и функции бокового распора

Издательство «Мир науки» \ Publishing company «World of science» http://izd-mn.com

$$\eta(z,t)=\frac{\sigma_{xx}^{(n)}(t)}{\sigma_{zz}^{(n)}(t)}=\frac{\sigma_{yy}^{(n)}(t)}{\sigma_{zz}^{(n)}(t)}=\frac{\nu}{1-\nu}+\frac{1-2\nu}{1-\nu}\frac{4b}{\pi}\sum_{i=1,3,...}^{i=\infty}\frac{1}{i}\exp\left(-c\alpha_i^2t\right)\sin\left(\alpha_iz\right), \tag{22}$$

осадки

$$s(t)=\frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{(1-\nu)E^{(y)}}qh\left[1-\frac{8b}{\pi^2}\sum_{i=1,3,...}^{i=\infty}\frac{1}{i^2}\exp\left(-c\alpha_i^2t\right)\right]. \tag{23}$$

При постоянном во времени коэффициенте Пуассона, на основании упругой аналогии [11], выражения для определения напряжений $\sigma_{ij}^*(t)$ и осадки $s^*(t)$, учитывающие ползучесть имеют следующий вид:

$$\sigma_{ij}^*(t)=\sigma_{ij}^{(n)}(t), \tag{24}$$

$$s^*(t)=s(t)+\int_0^t s(\tau)L(t-\tau)d\tau. \tag{25}$$

Принимая ядро ползучести скелета в виде

$$L(t-\tau)=\delta\exp\left[-\delta_1(t-\tau)\right] \tag{26}$$

и для осадки из (23) и (25) получаем

$$s^*(t)=\frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{(1-\nu)E^{(y)}}qh\left\{1+\frac{\delta}{\delta_1}\left[1-\exp\left(-\delta_1t\right)\right]-\frac{8b}{\pi^2}\times\right.$$
$$\left.\times\sum_{i=1,3,...}^{i=\infty}\frac{1}{i^2}\left[\exp\left(-c\alpha_i^2t\right)+\frac{\delta}{\delta_1-c\alpha_i^2}\left[\exp\left(-c\alpha_i^2t\right)-\exp\left(-\delta_1t\right)\right]\right]\right\} \tag{27}$$

В случаи определения мгновенного напряженно-деформированного состояния, $t=0$, с учетом что

$\sum_{i=1,3,...}^{\infty}\frac{1}{i^2}=\frac{\pi^2}{8}$ и $\sum_{i=1,3,...}^{\infty}\frac{1}{i}\sin\left(\alpha_iz\right)=\frac{\pi}{4}$ (при $0\le z\le h$) [12; 13] зависимости (20)–(22), (23) или (27) принимают следующий вид

$$p_w(z,0)=\frac{4\beta bq}{\pi}\sum_{i=1,3,...}^{i=\infty}\frac{1}{i}\sin\left(\alpha_iz\right)=\beta bq, \tag{28}$$

$$\sigma_{xx}^{(n)}(0)=\sigma_{yy}^{(n)}(0)=-\left[\frac{\nu}{1-\nu}q+\frac{1-2\nu}{1-\nu}\frac{4bq}{\pi}\sum_{i=1,3,...}^{i=\infty}\frac{1}{i}\sin\left(\alpha_iz\right)\right]=-\left(\frac{\nu}{1-\nu}q+\frac{1-2\nu}{1-\nu}bq\right), \tag{29}$$

$$\eta(0)=\frac{\nu}{1-\nu}+\frac{1-2\nu}{1-\nu}\frac{4b}{\pi}\sum_{i=1,3,...}^{i=\infty}\frac{1}{i}\sin\left(\alpha_iz\right)=\frac{\nu}{1-\nu}+\frac{1-2\nu}{1-\nu}b, \tag{30}$$

$$s^*(0)=s(0)=\frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{(1-\nu)E^{(y)}}qh\left(1-\frac{8b}{\pi^2}\sum_{i=1,3,...}^{i=\infty}\frac{1}{i^2}\right)=\frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{(1-\nu)E^{(y)}}qh(1-b). \tag{31}$$

В случаи определения конечного напряженно-деформированного состояния, при $t\to\infty$, зависимости (20)–(22), (23) или (27) принимают следующий вид

$$p_w(z,\infty)=0, \tag{32}$$

$$\sigma_{xx}^{(n)}(\infty)=\sigma_{yy}^{(n)}(\infty)=-\frac{\nu}{1-\nu}q, \tag{33}$$

$$\eta(z,\infty)=\frac{\nu}{1-\nu}, \tag{34}$$

$$s^*(\infty)=\frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{(1-\nu)E^{(y)}}qh\left(1+\frac{\delta}{\delta_1}\right). \tag{35}$$

В случае несжимаемости поровой жидкости $(\alpha_w\to\infty)$,

$$c=\frac{k_\phi\beta\left[4G+K^{(y)}\right]}{3\gamma_w},\; b=1. \tag{36}$$

При выполнении условий (4) в полученных решениях меняется α_i и $\alpha_i=\frac{i\pi}{2h}$, $i=1,\ 3,\ 5,\ \dots$.

Выводы:

Совпадение полученных результатов с аналогичными результатами [5], свидетельствует о достоверности решенной задачи.

Реализован метод упругой аналогии. Получены выражения для определения напряжений и осадки с учетом ползучести.

Приведены выражения для мгновенного напряженно-деформированного состояния и конечного напряженно-деформированного состояния.

ЛИТЕРАТУРА

1. E.K. Agakhanov and M.K. Agakhanov, Physical modeling of stresses caused by volume centrifugal forces in a compound rotation body, MATEC Web of Conferences, Volume 117, RSP 2017 – XXVI R-S-P Seminar 2017 Number 00003, Number of page(s) 7, DOI.
2. E.K. Agakhanov and M.K. Agakhanov, Modeling of weighing and filtration forces in the «dam-foundation» system, 5th International Scientific Conference “Integration, Partnership and Innovation in Construction Science and Education”: MATEC Web of Conferences. Volume 86, October 16–17, IPICSE-2016.
3. E.K. Agakhanov, M.K. Agakhanov and E.Z. Batmanov, The stress-and-strain state from its own weight in ground base with trapezoidal cutout, MATEC Web of Conferences. 193, 03047 (2018).
4. E.K. Agakhanov, M.K. Agakhanov, L.M. Sultanova and Z.A. Khizrieva , Conditions of equivalence of effects for the solid body from an incompressible material. MATEC Web of Conferences. 196, 01031 (2018) https://doi.org/10.1051/matecconf/201819601031 XXVII R-S-P Seminar 2018, Theoretical Foundation of Civil Engineering.
5. Цытович Н.А., Зарецкий Ю.К., Малышев М.В., Абелев М.Ю., Тер-Мартиросян З.Г. Прогноз скорости осадок оснований сооружений. М., 1967, 240 с.
6. Курант Р. Дифференциальные уравнения с частными производными, Наука, 1965, 830 с.
7. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики, Наука, 1966, 742 с.
8. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения, Наука, 1965, 331 с.
9. Степанов В.В. Курс дифференциальных уравнений, Наука, 1966, 552 с.
10. Сахарников Н.А. Высшая математика, ЛГУ, 1973, 472 с.
11. Метод фотоупругости, Под ред. Г.Л. Хесина, М., Стройиздат, 1975, т. 3, 311 с.
12. Выгодский М.Я. Справочник по высшей математике, Наука, 1969, 872 с.
13. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике, Наука, 1968, 720 с.

Agakhanov Elefhan Kerimhanovich
Dagestan state engineering university, Makhachkala, Russia
E-mail: Elifhan@bk.ru

Agakhanov Murad Kirimhanovich
National research university Moscow state university of civil engineering, Moscow, Russia
E-mail: muradak@mail.ru

Pore pressure when compacting two-phase soil

Abstract. In modern conditions, in relation to the total amount of accumulated professional knowledge, the volume of active information resources increases, and construction practice is constantly enriched with new experimentally-theoretically based accurate knowledge. Therefore, various programs are widely used when solving problems in ground bases. Despite the fact that modern numerical methods allow solving problems of any complexity, it should be noted that experimental and analytical methods are still relevant, and it is an effective combination of methods that leads to the development of mechanics, an organic combination of experimental research methods with the enormous computational capabilities of modern supercomputers.

Methods for modeling the action of bulk forces are widely used in problems of deformable solid mechanics. Many known solutions have limitations and are given for special cases. The authors present the theoretical foundations of the elastic analogy method for modeling the effect of pore pressure on the soil. When posing the question, the following assumption is made that the liquid filling the pores of the soil does not perceive shear deformation. Tangential stresses that occur in the ground are only perceived by the ground skeleton. The water that fills the pores does not resist tangential stresses. In this case, the deformation of the soil skeleton from the action of hydrostatic water pressure, respectively, is a volumetric deformation. In this case, the components of the ball stress tensor are equal to the pore pressure.

The article considers the use of the theory of volume forces in modeling the effect of pore pressure in the process of compaction of two-phase soil. In this case, we consider a one-dimensional problem for the case of deformation (compaction) of a two-phase soil layer thickness under the action of a distributed load of constant intensity. We believe that the consolidated layer lies on a rocky undeformable base.

The authors consider various drainage conditions for the surfaces of the consolidated layer.

Expressions are given for determining stresses and precipitation with creep, for the instantaneous stress-strain state and the final stress-strain state.

Keywords: pore pressure; soil base; deformations; stresses; lateral pressure; two-phase soil; soil skeleton

REFERENCES

1. Agakhanov E.K., Agakhanov M.K. (2017). *Physical modeling of stresses caused by volume centrifugal forces in a compound rotation body*.
2. Agakhanov E.K., Agakhanov M.K. (2016). *Modeling of weighing and filtration forces in the «dam-foundation» system*.
3. Agakhanov E.K., Agakhanov M.K., Batmanov E.Z. (2018). *The stress-and-strain state from its own weight in ground base with trapezoidal cutout*, p. 193.
4. Agakhanov E.K., Agakhanov M.K., Sultanova L.M., Khizrieva Z.A. (2018). *Conditions of equivalence of effects for the solid body from an incompressible material*. p. 196, [online] Available at: https://doi.org/10.1051/matecconf/201819601031.
5. Tsytovich N.A., Zaretskiy Yu.K., Malyshev M.V., Abelev M.Yu., Ter-Martirosyan Z.G. (1967). Prognoz skorosti osadok osnovaniy sooruzheniy. [*Forecast of sediment base rate of structures*.] Moscow, p. 240.
6. Kurant R. (1965). Differentsial′nye uravneniya s chastnymi proizvodnymi. [*Partial Differential Equations*.] Moscow: Science, p. 830.
7. Tikhonov A.N., Samarskiy A.A. (1966). Uravneniya matematicheskoy fiziki. [*Equations of mathematical physics*.] Moscow: Science, p. 742.
8. Pontryagin L.S. (1965). Obyknovennye differentsial′nye uravneniya. [*Ordinary Differential Equations*.] Moscow: Science, p. 331.
9. Stepanov V.V. (1966). Kurs differentsial′nykh uravneniy. [*Differential Equation Course*.] Moscow: Science, p. 552.
10. Sakharnikov N.A. (1973). Vysshaya matematika. [*Higher mathematics*.] Leningrad: Leningrad State University, p. 472.
11. Ed. by G.L. Khesina (11975973). Metod fotouprugosti. [*Photoelasticity method*.] Moscow: Stroyizdat, p. 311.
12. Vygodskiy M.Ya. (1969). Spravochnik po vysshey matematike. [*Handbook of Higher Mathematics*.] Moscow: Science, p. 872.
13. Korn G., Korn T. (1968). Spravochnik po matematike. [*Math reference*.] Moscow: Science, p. 720.