

Интернет-журнал «Транспортные сооружения» / Russian Journal of Transport Engineering <https://t-s.today>

2023, Том 10, № 1 / 2023, Vol. 10, Iss. 1 <https://t-s.today/issue-1-2023.html>

URL: <https://t-s.today/PDF/02SATS123.pdf>

DOI: 10.15862/02SATS123 (<https://doi.org/10.15862/02SATS123>)

Применение кепстральной методики при восстановлении механических характеристик верхней части разреза пласта

¹Бережной Д.В., ¹Сабитов Л.С., ¹Секаева Л.Р., ¹Михеев В.В., ^{1,2}Гарькин И.Н.

¹ФГАОУ ВО «Казанский (Приволжский) федеральный университет», Казань, Россия

²ФГБОУ ВО «Пензенский государственный университет архитектуры и строительства», Пенза, Россия

Автор, ответственный за переписку: Гарькин Игорь Николаевич, e-mail: igor_garkin@mail.ru

Аннотация. Определение характеристик геологических структур является давним, широко известным вопросом. В настоящее время по-прежнему остается множество нерешенных, актуальных задач в данном направлении, особенно это касается способа определения механических или скоростных параметров для верхней части разреза пласта. Одним из примеров метода, который позволяет исследовать скоростные и механические характеристики геологической среды является микросейсмический мониторинг. Для многих промышленных индустрий требуется более качественное знание механических параметров верхних слоев среды. В настоящей работе рассматривается решение обратной задачи по восстановлению механических характеристик верхней части разреза пласта в одномерном случае. Входными данными является сейсмический сигнал, представляющий собой колебания дневной поверхности во времени. Рассматриваются подход в решении, когда восстановление производится путем анализа кепстра, представляющего собой второе преобразование Фурье, взятого по амплитудной составляющей спектра, полученного из исходного сигнала. При правильном

подборе окон Фурье-преобразований пики кепстра дают информацию об изменении скоростной характеристики верхней части разреза. В работе демонстрируется применение предлагаемой методики на синтетических данных, полученных с помощью 1Д решения, приводится сравнение реальной скоростной среды с восстановленной. Верхняя часть разреза пласта остается также плохо изученной на сегодняшний день. В большей степени это связано с тем, что ВЧР, как правило, не представляет большого интереса для нефтяной и газовой промышленности, в виду легкости бурения через них и малого наличия полезных ископаемых. Частично плохое знание ВЧР связано также с тем, что традиционные подходы (сеймика, вертикальное сейсмическое профилирование) плохо работают на данных глубинах. Авторами в статье показана возможность применения методики для сред, имеющих затухание, что делает методику более приспособленной для исследования реальных сред.

Ключевые слова: грунт; основание; кепстр; разрез пласта; механические характеристики; методика сред

Application of cepstral methods in restoring the mechanical characteristics of the upper geological section of formations

¹Dmitry V. Berezhtnoy, ¹Linar S. Sabitov,
¹Liliya R. Sekaeva, ¹Vladimir V. Mikheev, ^{1,2}Igor N. Garkin

¹Kazan (Volga Region) Federal University, Kazan, Russia

²Penza State University of Architecture and Construction, Penza, Russia

Corresponding author: Igor N. Garkin, e-mail: igor_garkin@mail.ru

Abstract. The determination of geological structure characteristics has long been a well-known and persistent issue. Currently, there are numerous unsolved and pressing problems in this area, particularly regarding the method for determining the mechanical or velocity parameters of the upper geological section of formations. One method that enables exploration of the velocity and mechanical characteristics of the geological environment is microseismic monitoring. Various industrial fields require improved knowledge of the mechanical parameters in the upper portion of the environment. This paper focuses on solving the inverse problem of restoring the mechanical characteristics of the upper geological section of formations in a one-dimensional scenario. The input data consists of seismic signals, which represent surface fluctuations over time. The approach considered for solving the problem involves analyzing the cepstrum, which is the second Fourier series transformation obtained from the amplitude component of the spectrum derived from the original signal. By appropriately selecting the

Fourier transform windows, the peaks in the cepstrum provide information about changes in the velocity characteristics of the upper section. The paper demonstrates the application of the proposed technique on synthetic data obtained using a one-dimensional solution and compares the reconstructed high-speed environment with the actual one. The upper portion of the layer section also remains poorly understood to date. This is mainly attributed to the limited interest of the oil and gas industry in the upper section, as it is relatively easy to drill through and has low mineral availability. The lack of knowledge about the upper section is also due, in part, to the ineffectiveness of traditional approaches (such as seismic and vertical seismic profiling) at these depths. The authors of this article showcase the potential use of the technique in environments with attenuation, thereby making it more suitable for studying real environments.

Keywords: soil; base; cepstrum; section of formation; mechanical characteristics; environment technique

Данная статья доступна по лицензии Creative Commons “Attribution” («Атрибуция») 4.0 Всемирная

This article is available under the Creative Commons “Attribution” 4.0 Global License



Введение

Introduction

Определение характеристик геологических структур является давним, широко известным вопросом. В настоящее время по-прежнему остается множество нерешенных, актуальных задач в данном направлении, особенно это касается способа определения механических или скоростных параметров для верхней части разреза пласта. Для многих промышленных индустрий требуется более качественное знание механических параметров верхних слоев среды.

Одним из примеров метода, который позволяет исследовать скоростные и механические характеристики геологической среды является микросейсмический мониторинг. Поверхностная микросейсмика [1; 2] обычно позволяет определять лишь скоростную характеристику среды в более глубоких слоях, но для правильной обработки и интерпретации результатов принципиально важным является именно понимание строения верхних слоев среды. Верхние слои геологической среды обладают повышенным затуханием, являются более контрастными и сигнал от микросейсмического события, проходя этот интервал особенно искажается. Также стоит отметить, что помимо резко изменяющейся скоростной характеристики для данных глубин характерно наличие зоны малых скоростей (ЗМС) среды, которое также искажает сигнал. Таким образом, в большинстве случаев, если для более глубоких слоев характерно увеличение скоростных и механических характеристик с глубиной, то для верхней части разреза пласта это совершенно нехарактерно. Неправильное понимание свойств верхних слоев среды может привести к значительным неточностям, например, геологи и геофизики часто сравнивают спектры модельных и полевых сигналов, и часто данные спектры могут быть практически не похожи друг на друга. Данные отличия и связывают с плохим знанием скоростной характеристики на глубинах до 800 метров.

Верхняя часть разреза (ВЧР) пласта остается также плохо изученной на сегодняшний день. В большей степени это связано с тем, что ВЧР, как правило, не представляет большого интереса для нефтяной и газовой промышленности, в виду легкости бурения через них и малого наличия полезных ископаемых. Частично плохое знание ВЧР связано также с тем, что традиционные подходы (сейсмика, вертикальное сейсмическое профилирование) плохо работают на данных глубинах. Верхний осадочный чехол характеризуется пологим залеганием, толщами небольшой мощности и преимущественно содержит рыхлые, мягкие породы. Оценка скоростей прохождения упругой волны вызывает затруднения из-за мало амплитудного отражения от тонких пропластков, а также наличие поверхностного шума не позволяет распознать приход

волн. От части, недостаток изученности верхних структур, вызван сильной изменчивостью их механического поведения в зависимости от региона и как следствие сложности выработки единых соотношений.

Настоящая работа посвящена реализации метода, способного восстановить скоростную характеристику геологической среды для малых глубин.

Определение характеристик среды по данным, снимаемым с поверхности, является известной обратной задачей [3]. Данными, по которым будет происходить восстановление характеристик являются колебания механической системы, записанные в течение определенного времени, которые снимаются с дневной поверхности. В литературе их часто называют колебаниями первой массы. Требуется определить механические параметры среды, через которую прошел волновой фронт. Так как исследуется одномерный случай, то в основном исследуются продольные волны. Источниками продольных волн в среде являются естественные колебания Земли, которые возбуждаются такими силами как: ветер, лунно-солнечные приливы, циклоны, шум ближайших городов, дорог и т. п.

Часто для решения подобных задач, когда по колебательному процессу необходимо восстановить свойства среды, применяют подход в исследовании задачи Штурма-Лиувилля. Обратные задачи Штурма-Лиувилля имеют широкое распространение в математической геофизике, где часто требуется определить свойства среды или расположенных на некоторой глубине включений с помощью дополнительной информации, полученной путём измерения на поверхности волн, отражённых от неоднородностей среды [4]. Подходы к решению таких задач продемонстрированы в работах И.М. Гельфанда и Б.М. Левитана. Однако предложенные ими подходы являются достаточно сложными с точки зрения трудоёмкости реализации и требуют больших вычислительных затрат. Юрко В.А. обобщил многие ранее рассмотренные методики решения обратных задач Штурма-Лиувилля в работах [5]. При этом в его работах не говорится о практических применениях полученных результатов. То есть многим математическим формулировкам сложно придать какой-либо физический смысл. К тому же представленные им математические модели решения обратных задач можно интерпретировать лишь для исследования детерминированных сигналов, то есть, когда закон движения исследуемой среды известен точно. В реальных задачах при исследовании геологической среды всегда присутствует затухание и разнообразные виды помех, которые содержатся в исследуемом сигнале. Во многих работах исследованы асимптотические подходы к решению задач, такие подходы также не применимы, так как реальные среды исследуются в основном на конечном интервале [6–9].

Важные результаты в теории обратных спектральных задач принадлежат В.А. Марченко, который исследовал задачу восстановления дифференциального оператора по спектральной функции и перенёс успехи решения обратной задачи на практическое применение всех ранее полученных результатов.

В данной работе рассматривается методика восстановления механических характеристик с применением кепстрального анализа. Ранее кепстральный анализ никем не применялся для решения обратных задач. Однако уже Гончаровским было замечено, что кепстр позволяет получить неперекрывающиеся на оси кепстрального времени импульсы. Суворовым В.М. были показаны преимущества кепстра перед спектром. Анализ кепстров активно применяется в программных комплексах, которые предназначены для распознавания речи. В отличие от спектра кепстр позволяет легко определить невидимые явно периодичности в сигнале. А присутствующие в виде исходного спектра периодичности есть не что иное, как гармонические ряды. Таким образом, появляется возможность представить исходную спектральную информацию еще более компактно, когда каждый гармонический ряд исходного спектра будет представлен всего одной (в идеале) составляющей в кепстре. Отличие кепстральной методики от спектральной заключается в том, что решение задачи в первом случае происходит в амплитудно-временной области, во втором случае — в амплитудно-частотной области. Максимумы амплитуд кепстра показывают величину отражения волны от границы двух контрастных сред [10–13]. По кепстральному времени можно определить в какой момент реального времени произошло отражение. В отличие от спектральных методов предложенная нами методика позволяет восстановить ВЧР в средах, в которых присутствует затухание. Таким образом кепстральная методика позволяет более точно исследовать реальные геологические среды и получить более точные результаты, так как в реальных средах всегда присутствует затухание (вязкость) [14; 15].

Постановка задачи

Research objective

Рассмотрим одномерную постановку задачи, где исследуемая геологическая среда представлена в виде механической системы (рис. 1), состоящей из N точечных масс $m_1 \dots m_N$, вертикально подвешенных между свободной границей, представляющей собой дневную поверхность, и некоторой неподвижной опорой, так что каждая масса m_j соединена с ближайшими соседями m_{j-1} и m_{j+1} невесомыми пружинами с жесткостями k_{j-1} и k_j .

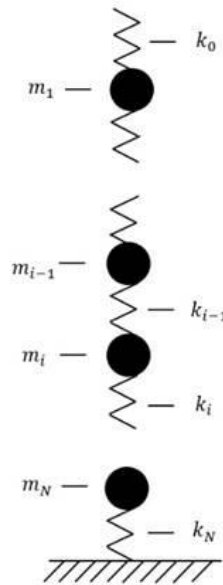


Рисунок 1. Механическая модель исследуемой геологической среды (составлено авторами)

Figure 1. Mechanical model of the investigated geological environment (compiled by the authors)

Исходными данными является сейсмический сигнал, снятый с поверхности Земли, который представляет собой колебания во времени. Таким образом, известны перемещения первой массы $u_1(t)$. Задача заключается в том, чтобы по известному сигналу $u_1(t)$ определить скорости продольной волны V_j , где j -номер элемента механической системы (рис. 1), для верхней части разреза, составляющего 200–800 метров.

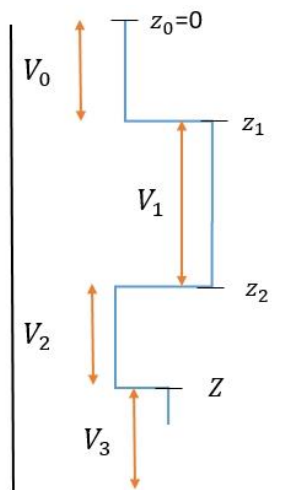


Рисунок 2. Пример скоростной среды, где после прохождения глубины Z , скоростная среда считается известной (составлено авторами)

Figure 2. An example of a velocity environment, where after passing the depth Z , the velocity environment is considered known (compiled by the authors)

Скорости V_j также связаны с механическими характеристиками k_j и m_j следующим образом:

$$V_j = \sqrt{\frac{k_j l^2}{m_j}}, \quad (1)$$

где l — шаг по пространству. Шаг по пространству является известной величиной, поэтому для решения задачи по V_j можно отыскать массы m_j и жесткости k_j . Но в данной работе ограничимся лишь нахождением скоростной характеристики исследуемой среды. Также для использования кепстрального подхода требуется дополнительная информация о средепомимоисходного сигнала $u_1(t)$. Так как в работе определяется верхняя часть геологического разреза, то можно положить, что, начиная с определенной глубины $Z_{\text{нам}}$ известна скоростная среда (прим. рис. 2).

Решение задачи с использованием кепстрального подхода

Problem solution using the kepsral approach

Теперь рассмотрим кепстральный подход к решению задачи. Кепстром называется преобразование Фурье по модулю амплитуд от спектра, полученного при первом преобразовании Фурье перемещений первой массы. Зная $u_1(t_k)$ необходимо восстановить скоростную модель среды V_j до глубины z_j , на которых происходит изменение скоростей V_j . Для получения более информативного кепстра и более явных максимумов на нем осуществляется переход от перемещений первой массы к скоростям первой массы.

Выражение для скорости первой массы выглядит следующим образом:

$$du_1(t_k) = u_1(t_{k+1}) - u_1(t_k). \quad (2)$$

Применив первое преобразование Фурье для скоростей первой массы, получим спектр частот и амплитуд соответственно $\{f_i\}$ и $\{A_i(f)\}$.

Для получения кепстра следует провести второе преобразование Фурье:

$$C_{w_2}(\tau) = \sum_{i=1}^{w_2} A_i(f) e^{-i\tau f_i}. \quad (3)$$

$C_{w_2}(\tau)$ называют кепстром. Отсчеты на оси абсцисс кепстра имеют смысл времени с ценой деления определяемой из следующих соображений.

Пусть dt есть шаг по времени сигнала $u_1(t)$, тогда цена деления первого преобразования Фурье при переходе из временной области в частотную с длиной окна w_1 будет равна:

$$df = \frac{1}{w_1 dt}. \quad (4)$$

Второе преобразование имеет размер окна w_2 с ценой деления, выраженной формулой:

$$d\tau = dt \frac{w_1}{w_2}. \quad (5)$$

$d\tau$ — шаг по кепстральному времени. Подбор длин окон первого и второго Фурье-преобразования задает дискретизацию кепстра и позволяет перейти от кепстрального времени к реальному времени. Таким образом осуществляется переход от амплитудно-частотной характеристики к амплитудно-временной. Максимумы кепстра показывают в какой момент времени происходит отражение от границы, где изменяется скорость распространения волны, а вследствие и механические характеристики системы.

Обозначим амплитуды максимумов кепстра (14), как $M_j, j = 1 \dots m$. Максимумы в кепстре и выбираются из интервала кепстрального времени, границы которого определяются, исходя из конечной глубины Z , на которой нам скорость. Амплитуды максимумов кепстра $M_j, j = 1 \dots m$ соответствуют границам с различными свойствами. Их амплитуда пропорциональна коэффициенту отражения, т. е.:

$$\frac{(V_j - V_{j+1})^2}{(V_j + V_{j+1})^2} = K_j = GM_j, \quad (6)$$

где G — неизвестный коэффициент пропорциональности, а V_j и V_{j+1} — скорости по разные стороны j -й границы. Формула (17) есть формула Френеля, для учета отражения волны при прохождении границы двух сред, выполнение которой необходимо для решения задачи. Запишем формулу Френеля для всех слоев искомой среды, которые определяются количеством максимумов кепстра. Поставим задачу минимизации целевой функции скоростей, используя (17) для всех выделенных слоев, количество которых равно m . Чтобы избежать дробно-рациональных функций, умножим обе части (23) на знаменатель, для всех выделенных слоев и просуммируем их. Таким образом запишем результирующую целевую функцию как:

$$F_{V,G} = \sum_{j=1}^m ((V_j - V_{j+1})^2 - M_j G (V_j + V_{j+1})^2)^2 \quad (7)$$

вместе с условием равенства:

$$\sum_{j=1}^m V_j \Delta \tau_j = 2Z, \quad (8)$$

где τ_i — кепстральное время, в котором наблюдаем максимум амплитуды в кепстре и $\Delta \tau_j = \tau_j - \tau_{j-1}$, а $\Delta \tau_1 = \tau_1$. Кепстральное время располагается на оси абсцисс в кепстре.

Условие (8) является дополнительным ограничением для функции (7). Коэффициент 2 в условии (8) появляется в связи с тем, что волна проходит прямой путь до глубины Z и обратно до поверхности.

Изменим функцию (7), будем учитывать, что на каждой границе теряется отраженная энергия P_j :

$$F_{V,G} = \sum_{j=1}^m ((V_j - V_{j+1})^2 - M_j G P_{j-1} (V_j + V_{j+1})^2)^2, \quad (9)$$

где

$$P_0 = 1, P_j = P_{j-1} \left(1 - \frac{(V_j - V_{j+1})^2}{(V_j + V_{j+1})^2}\right). \quad (10)$$

Таким образом решаем (9) с условием равенства (8), для чего поставим оптимизационную задачу и решим ее методом Лагранжа (11):

$$\min_{V,G,\lambda} \left(F_{V,G} + \lambda (2Z - \sum_{j=1}^m V_j \Delta \tau_j) \right). \quad (11)$$

В качестве начального приближения вектора $(V_1, V_2, \dots, V_m, G, \lambda)$ вместо скоростей берем случайное число из интервала (1000–4000 м/с). Начальное приближение параметра G выбирается таким образом, чтобы $M_j G$ и следовательно P_j находились в интервале (0,1). Решаем (11) k -ое количество раз, выбирая каждый раз новое начальное приближение, после чего выбираем то решение $(V_1, V_2, \dots, V_m, G, \lambda)$, где наблюдаем глобальный минимум функции (11). После восстанавливаем глубины z_j :

$$V_j \Delta \tau_j = z_j, \quad (12)$$

$$\Delta \tau_j = \tau_j - \tau_{j-1}, \text{ а } \Delta \tau_1 = \tau_1.$$

Таким образом решая (11) совместно с (12) получим скорости V_j и соответствующие границы их изменения по глубине z_j .

Учет затухания

Attenuation accounting

Вообще говоря, в определении кепстра в формуле (3) должен находится логарифм, который сглаживает влияние затухания на результат восстановления скоростной характеристики:

$$C_{w_2}(\tau) = \sum_{i=1}^{w_2} \ln |A_i(f)| e^{-i\tau f_i}. \quad (13)$$

Решение модельных задач

Solving model problems

Применим предлагаемый кепстральный подход к решению задачи на синтетических данных. Для демонстрации работоспособности методики были проведены 3 эксперимента. Плотность для всей среды была постоянная, а контрастность слоя достигалась за счет изменения скорости продольной волны. При этом в первом эксперименте неоднородности были положительной контрастности, то есть с глубиной скорости возрастали, у второго эксперимента присутствовал учет коэффициента прохождения волны. В третьем эксперименте в синтетические данные введены коэффициенты затухания и также проведено сравнение исходной скоростной среды с восстановленной. Такой выбор экспериментов был сделан умышленно, для демонстрации области применения метода.

Синтетические данные были получены путем численного моделирования заданной среды методом конечного элемента по 1Д постановке. Шаг по пространству составил 10 метров при шаге моделирования 0.001 секунды. Глубина модели составляла 750 метров. Таким образом сначала решалась прямая задача, в результате которой был получен детерминированный сигнал в виде колебаний первой массы и затем по этим данным решалась обратная задача восстановления свойств искомой среды.

Эксперимент 1

Experiment 1

Скорость продольной волны для первых 100 метрах равнялась 1169 м/с, от 100 до 300 метров 1773 м/с, от 300 до 600 м составляла 1971 м/с, от 600–700 метров: 2251 м/с. Также среде присутствует небольшая прослойка: на глубинах 700–750 метров скорость составляет 2493 м/с. После глубины 750 метров скорость считается известной и составляет 4616 м/с (рис. 3).

Числовые данные в эксперименте были выбраны не случайно. Данная скоростная среда является реальной и соответствует уже ранее полученной скоростной среде в Астраханском месторождении. Плотность была постоянной и равнялась 2000 кг/м³. Время моделирования соответствовало 0.87 секундам с частотой дискретизации 1000 отсчетов в секунду. Окно первого Фурье-преобразования составляет 1000000 отсчетов, второго: 25000.

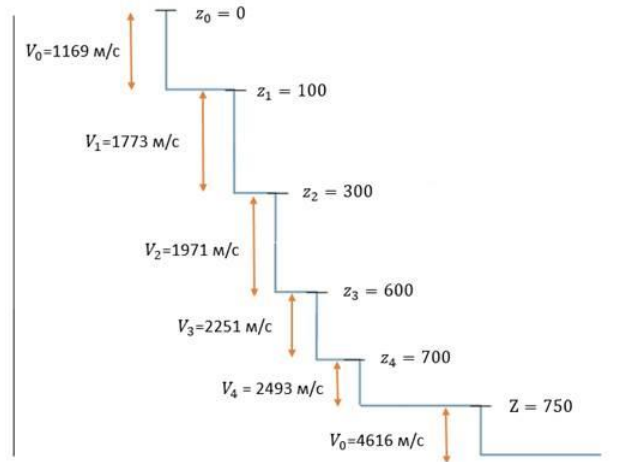


Рисунок 3. Скоростная среда модели (составлено авторами)

Figure 3. Velocity environment of the model (compiled by the authors)

Как было упомянуто ранее размеры окон подбираются так, чтобы был осуществлен переход от кепстрального времени к реальному. Получили кепстр, представленный на рисунке 2.

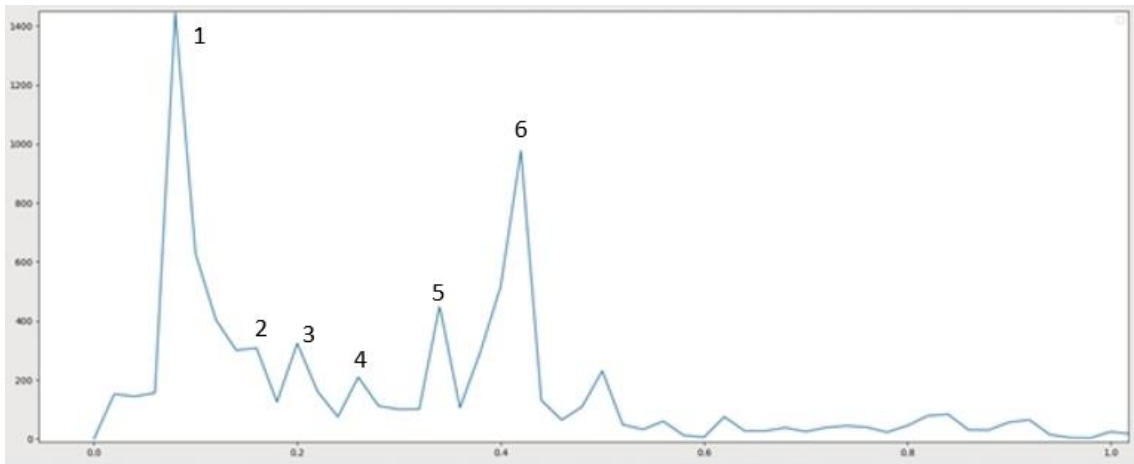
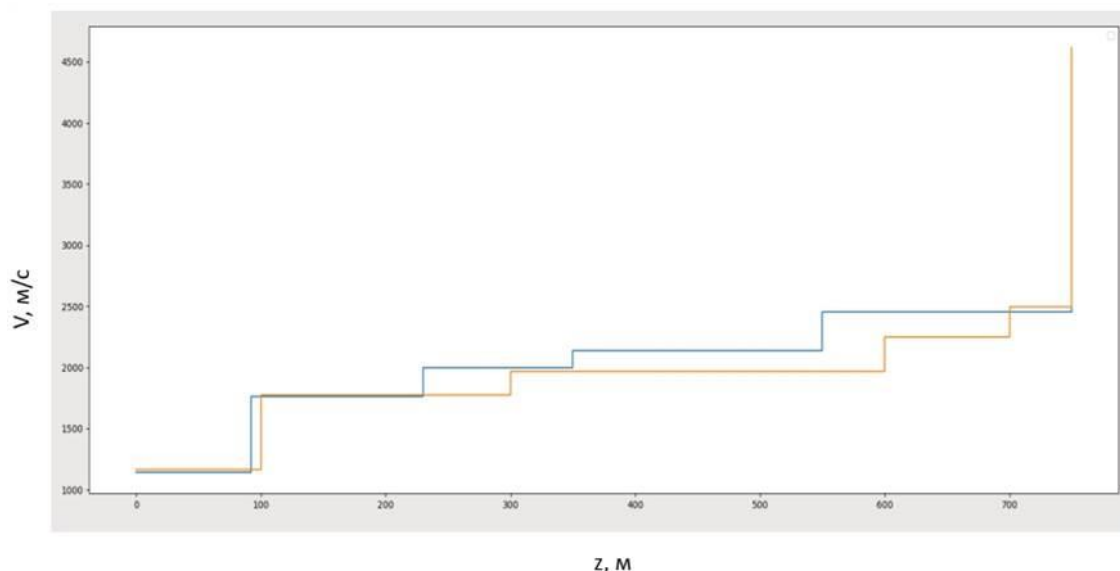


Рисунок 4. Кепстр (составлено авторами)

Figure 4. Kepstrum (compiled by the authors)

На рисунке 4 номерами отмечены локальные максимумы, которые соответствуют отражению от границы изменения скоростей и используются, как соответствующие коэффициенты отражения. Последний явный максимум соответствует резкому изменению скоростной среды, которое происходит на глубине 750 метров и данный максимум не учитывается в алгоритме, так как считается, что на данной глубине скоростная среда известна. Отметим, что количество максимумов в кепстре совпало с количеством искомых слоев, в которых меняется контрастность среды.

После решения задачи по кепстральной методике получили следующие результаты:



Синий график — восстановленная скоростная среды; желтый — реальная

The blue graph is the restored velocity environment, yellow is the real one

Рисунок 5. Восстановленная и реальная скоростные среды (составлено авторами)

Figure 5. Restored and real velocity environments (compiled by the authors)

Обсуждение результатов

The discussion of the results

На рисунке 5 представлен график зависимости скорости от глубины. На данном графике были построены 2 кривые: синяя кривая отображает восстановленную скоростную среду, желтая кривая — отображает исходную скоростную среду. На глубине от 0 до 100 метров восстановление практически точное, отличия составляют 5 м/с. Для глубин 100–300 метров различия начались в том, что алгоритм недостаточно точно определил скорости и глубины, где происходит изменение скоростной среды. Таким образом наибольшее отклонение восстановленных данных от исходных составило 500 м/с.

Выводы

Conclusions

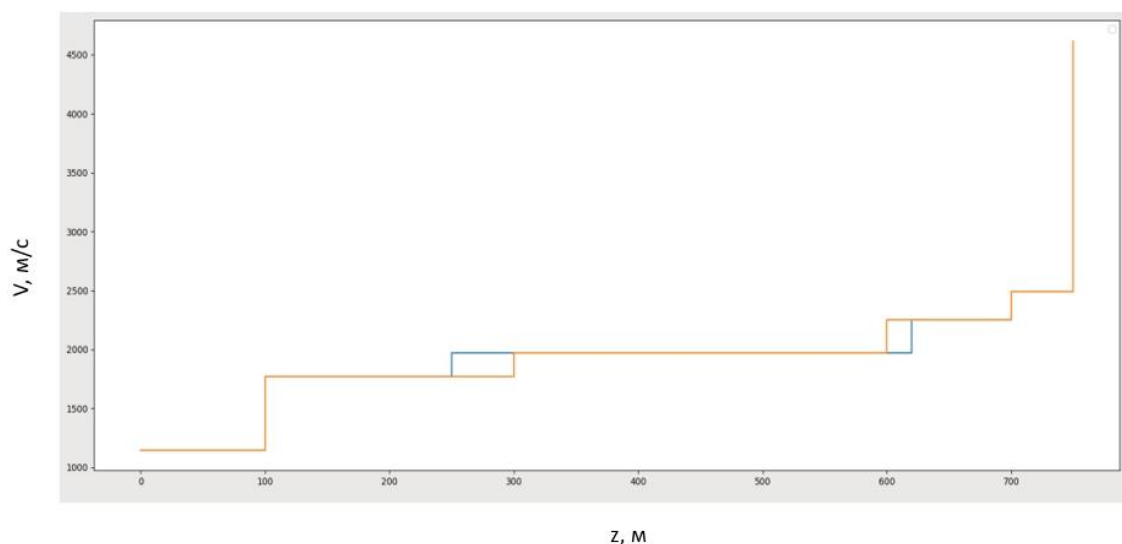
Полученные результаты являются неплохими и показывают принципиальную применимость кепстральной методики для определения скорости продольной волны геологической среды. Однако все же имеются различия между средами, что объясняется для данного эксперимента тем, что в нем не учитывается коэффициент прохождения продольной волны, согласно формуле (10). Отметим также, что общая тенденция, а именно

возрастание скоростей с глубиной сохранилась для восстановленных данных, что также является хорошим результатом метода.

Эксперимент 2

Experiment 2

Попытаемся восстановить скоростную среду, которая была представлена в эксперименте 1, но теперь при применении кепстральной методики будем учитывать коэффициент прохождения волны (10).



Синий график — восстановленная скоростная среды; желтый — реальная

The blue graph is the restored velocity environment, the yellow one is the real one

Рисунок 6. Восстановленная и реальная скоростные среды (составлено авторами)

Figure 6. Restored and real velocity environments (compiled by the authors)

Обсуждение результатов

The discussion of the results

На рисунке 6 представлен график зависимости скорости от глубины. На данном графике были построены 2 кривые: синяя кривая отображает восстановленную скоростную среду, желтая кривая — отображает исходную скоростную среду. На глубине от 0 до 100 метров восстановление точное. На глубине 100–300 метров удалось также точно восстановить скорость, но были отличия по восстановленной глубине. Также это различие можно увидеть и для скоростного слоя на глубинах 300–700 метров. Далее алгоритм восстановил скоростную среду точно. Отличия скоростной среды на обозначенных участках составляют примерно 150 м/с, что вполне допустимо.

Выводы

Conclusions

При восстановлении скоростной среды с учетом коэффициента прохождения удалось существенно улучшить результаты. Видны небольшие отличия, которые являются вполне допустимыми для решения обратной задачи.

Эксперимент 3

Experiment 3

Как и в эксперименте 2 смоделируем аналогичную скоростную среду. Однако теперь введем коэффициент затухания при моделировании. Так как 1D симулятор был построен на основе решения уравнения вынужденных колебаний стержня, то теперь в уравнение была введено произведение первой производной по перемещениям с суммой матриц жесткости и масс с соответствующими коэффициентами α и β , которые символизируют затухание в среде. Наибольшее влияние на затухание в системе оказывает коэффициент α . Коэффициент затухания α для всей исходной синтетической среды зададим равным 0.001, коэффициент β зададим равным 1. Обычно в реальных средах коэффициент затухания α имеет порядок 10^{-3} . При этом теперь кепстр определяется формулой (13). Покажем, как изменится при таком затухании кепстр сигнала:

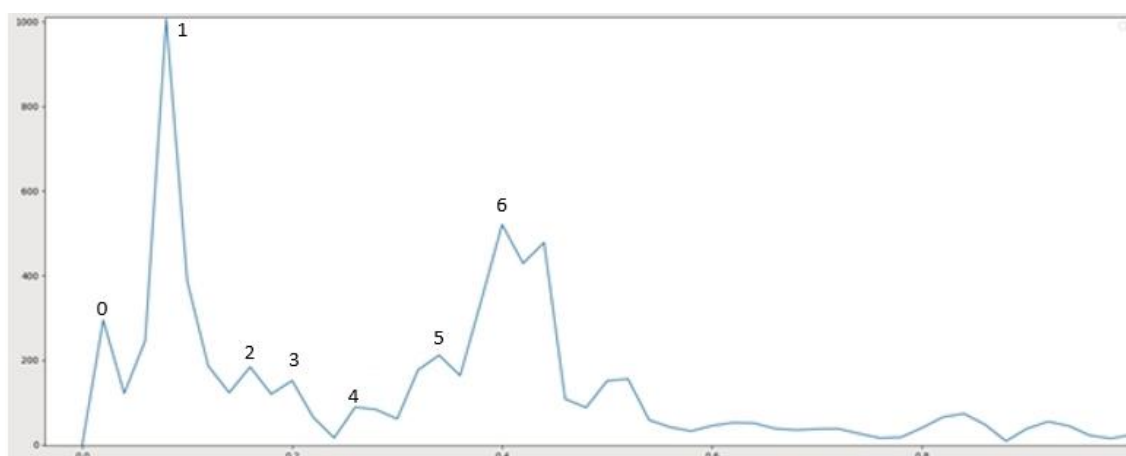
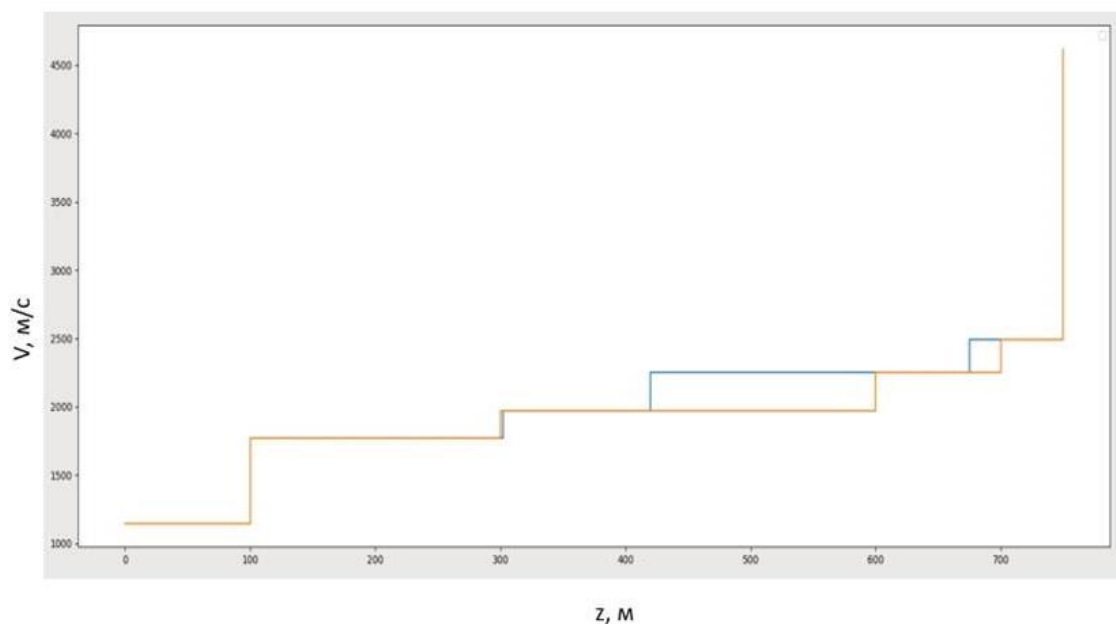


Рисунок 7. Кепстр сигнала при наличии затухания в среде равного 10^{-3} (составлено авторами)

Figure 7. Signal cepstrum in the presence of attenuation in the environment equal to 10^{-3} (compiled by the authors)

Видно, что количество пиков сохранилось и также равно количеству искоемых слоев. Однако пик в районе 0.4 секунд разделился на два практически аналогичных пика. Учитывая, что они соответствуют последнему слою, на котором считается, что скоростная среда уже

известна, данное явление не должно ухудшить результат. Отметим также, что на графике кепстра появился 0-ой пик, который представляет из себя oceanwave составляющую спектра и не несет полезной информации, поэтому данный пик также игнорируется алгоритмом.



Синий график — восстановленная скоростная среды; желтый — реальная

The blue graph is the restored velocity environment, the yellow one is the real one

Рисунок 8. Восстановленная и реальная скоростные среды (составлено авторами)

Figure 8. Restored and real velocity environments (compiled by the authors)

Обсуждение результатов

The discussion of the results

На рисунке 8 представлен график зависимости скорости от глубины. На данном графике были построены 2 кривые: синяя кривая отображает восстановленную скоростную среду, желтая кривая — отображает исходную скоростную среду. На глубинах от 0 до 300 метров восстановление точное. На глубинах 300–700 метров восстановление ухудшилось. Максимальное отклонение восстановленной среды от реальной составило уже 300 м/с. Однако скорости удалось определить точно, и отличия возникают именно в том, что алгоритму не удастся достаточно точно определить границы изменения скоростной среды. Также, как и ранее показанных экспериментах алгоритму удастся сохранять общую тенденцию увеличения скоростей с глубиной.

Выводы

Conclusions

При восстановлении скоростной среды для синтетического сигнала, в котором присутствовало затухание, алгоритм показал хорошие результаты, наблюдаются более существенные отличия скоростей в отличии от эксперимента 2, но для среды, в которой присутствует затухание они вполне приемлемы. К тому же скорости отличаются на определенных глубинах, из-за неправильного определения алгоритмом границ изменения скоростной среды. Сами скорости практически не отличаются от скоростей исходной среды, что делает данный алгоритм применимым к исследованию реальных сред.

Заключение

Conclusion

В работе рассматривался подход в решении обратной задачи по восстановлению скоростных характеристик, основанный на анализе кепстра. Кепстр при правильном подборе окон Фурье-преобразований позволяет определить моменты времени, когда продольная волна проходит через границу изменения скоростей, а максимумы кепстра являются коэффициентами отражения волны от этих границ. Количество максимумов кепстра определяют количество восстановленных слоев среды. После записи формулы Френеля для каждого слоя можно определить скоростную среду, решая задачу минимизации методом множителей Лагранжа. Было продемонстрировано 3 эксперимента, которые показали применимость методики. Учет коэффициента прохождения (эксперимент 2) в методе позволяет улучшить результат восстановления. В эксперименте 3 было показано, что алгоритм позволяет также исследовать среды, в которых присутствует затухание. Нужно учесть, что результат при исследовании реальных сигналов вероятно будет ухудшаться, так как в реальных средах затухание также меняется с глубиной. Для реальных сред также характерно наличие посторонних помех в сигналах, которые необходимо удалять разнообразными фильтрами. Однако, то, что алгоритм позволяет идентифицировать среды, в которых присутствует затухание, при дальнейшем его улучшении будет способен конкурировать с текущими методами и возможно решит задачу по восстановлению ВЧР среды.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Мокшин, Е.В.** Определение параметров локализованного микросейсмического события / Е.В. Мокшин, Д.В. Бережной // Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред: Материалы XXIII международного симпозиума имени А.Г. Горшкова, Вятчи, 13–17 февраля 2017 года. Том 1 / Вятчи: ООО "ТПП", 2017. — С. 126–127. — URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=29338042>. — EDN YSACSH. (дата обращения: 16.01.2023).
2. **Мокшин, Е.В.** Определение механических характеристик тонких контрастных пропластков в верхнем осадочном чехле методом полноволновой инверсии / Е.В. Мокшин, Д.В. Бережной // Тезисы докладов VII Международного научного семинара "Динамическое деформирование и контактное взаимодействие тонкостенных конструкций при воздействии полей различной физической природы", Москва, 12–13 ноября 2018 года / Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет) Москва: ООО "ТПП", 2018. — С. 94–96. — URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=36533220>. — EDN MHUIXJ. (дата обращения: 16.01.2023).
3. **Юрко, В.А.** Спектральный анализ дифференциальных операторов высших порядков с условиями разрыва во внутренней точке / В.А. Юрко. — DOI <https://doi.org/10.22363/2413-3639-2017-63-2-362-372> // Современная математика. Фундаментальные направления. — 2017. — Т 63. — № 2. — С. 362–372. — URL: <https://journals.rudn.ru/CMFD/article/view/22388>. — EDN JLWOUC. (дата обращения: 16.01.2023).
4. **Левитан, Б.М.** Введение в спектральную теорию: Самосопряженные обыкновенные дифференциальные операторы / Б.М. Левитан, И.С. Саргсян. — М.: Наука, 1970. — 671 с.
5. **Юрко, В.А.** Об обратной задаче для дифференциальных операторов на конечном интервале с комплексными весами / В.А. Юрко. — DOI <https://doi.org/10.4213/mzm11854> // Математические заметки. — 2019. — Т 105. — № 2. — С. 313–320. — URL: https://www.mathnet.ru/php/archive.phtml?wshow=paper&jrnid=mzm&paperid=11854&option_lang=rus. — EDN YZIADR. (дата обращения: 16.01.2023).
6. **Buterin, S.A.** On an Inverse Spectral Problem for a Convolution Integro-differential Operator / S.A. Buterin. — DOI <https://doi.org/10.1007/s00025-007-0244-6> // Results in Mathematics. — 2007. — Т 50. — № 3. — С. 173–181. — URL: <https://link.springer.com/article/10.1007/s00025-007-0244-6> (дата обращения: 16.01.2023).
7. **Freiling, G.** Inverse problems for Sturm–Liouville differential operators with a constant delay / G. Freiling, V.A. Yurko. — DOI <https://doi.org/10.1016/j.aml.2012.03.026> // Applied Mathematics Letters. — 2012. — Т 25. — № 11. — С. 1999–2004. — URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0893965912001796> (дата обращения: 16.01.2023).
8. **Данилов, А.М.** Формализация оценки оператором характеристик объекта управления / А.М. Данилов, Э.Р. Домке, И.А. Гарькина // Информационные системы и технологии. — 2012. — № 2. — С. 5–10. — URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=17682753>. — EDN OWYTEV. (дата обращения: 28.01.2023).
9. **Агаханов, Э.К.** Поровое давление при уплотнении двухфазного грунта / Э.К. Агаханов, М.К. Агаханов. — DOI <https://doi.org/10.15862/06SATS120> // Транспортные сооружения. — 2020. — Т 7. — № 1. — С. 06SATS120. — URL: <https://t-s.today/06SATS120.html>. — EDN WOWFRX. (дата обращения: 28.01.2023).
10. **Скворцов, Д.С.** Определение длины погруженных в грунт свай методом акустической волны, возбуждаемой в свае с помощью удара / Д.С. Скворцов, Е.А. Жайсамбаев, Д.В. Деревнин [и др.]. — DOI <https://doi.org/10.15862/13SATS220> // Транспортные сооружения. — 2020. — Т 7. — № 2. — С. 13SATS220. — URL: <https://t-s.today/13SATS220.html>. — EDN EVENYG. (дата обращения: 28.01.2023).
11. **Зайцев, А.А.** Исследование грунтов основания Красноярского края и способ их усиления / А.А. Зайцев, И.А. Артюшенко. — DOI <https://doi.org/10.15862/01SATS120> // Транспортные сооружения. — 2020. — Т 7. — № 1. — С. 01SATS120. — URL: <https://t-s.today/01SATS120.html>. — EDN CNEWED. (дата обращения: 28.01.2023).

12. **Аров, Д.** Bitangential Direct and Inverse Problems for Systems of Integral and Differential Equations / D. Arov, H. Dum. — DOI <https://doi.org/10.1017/CBO9781139093514>. — Кембридж Cambridge University Press, 2012. — 472 с. — URL: <https://www.cambridge.org/core/books/bitangential-direct-and-inverse-problems-for-systems-of-integral-and-differential-equations/A1D516DB9C942EFC713113E8DAF9AAA0> (дата обращения: 28.01.2023).
13. **Шишленин, М.А.** Сравнительный анализ двух численных методов решения уравнения Гельфанда-Левитана-Крейна / М.А. Шишленин, Н.С. Новиков // Сибирские электронные математические известия. — 2011. — Т 8. — С. 379–393. — URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=17258777>. — EDN ONRNJD. (дата обращения: 28.01.2023).
14. **Арискин, М. В.** Анализ причин падения башенного крана на основе построения модели в SCAD 11.5 / М. В. Арискин, И. Н. Гарькин // Фундаментальные исследования. — 2016. — № 10-2. — С. 243–247. — URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=27196281>. — EDN WXDNEW. (дата обращения: 28.01.2023).
15. **Клюев, С.В.** Сравнительный анализ неразрезных подкрановых балок / С.В. Клюев, А.В. Клюев, И.Н. Гарькин. — DOI https://doi.org/10.54734/20722958_2022_3_101 // Региональная архитектура и строительство. — 2022. — № 3. — С. 101–116. — URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=49530148>. — EDN NAVQPO. (дата обращения: 28.01.2023).

Сведения об авторах:

Бережной Дмитрий Валерьевич — доктор физико-механических наук, доцент, профессор кафедры «Теоретической механики отделения механики», Институт математики и механики имени Н.И. Лобачевского, ФГАОУ ВО «Казанский (Приволжский) федеральный университет», Казань, Россия, e-mail: berezhnoi.dmitri@mail.ru
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6785-4401>
РИНЦ: https://elibrary.ru/author_profile.asp?id=128857

Сабитов Линар Салихзанович — доктор технических наук, доцент, профессор кафедры «Теоретической механики отделения механики», Институт математики и механики имени Н.И. Лобачевского, ФГАОУ ВО «Казанский (Приволжский) федеральный университет», Казань, Россия, e-mail: sabitov-kgasu@mail.ru
ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-7381-9752>
РИНЦ: https://elibrary.ru/author_profile.asp?id=621017

Секаева Лилия Равильевна — кандидат физико-механических наук, доцент, доцент кафедры «Теоретической механики отделения механики», Институт математики и механики имени Н.И. Лобачевского, ФГАОУ ВО «Казанский (Приволжский) федеральный университет», Казань, Россия, e-mail: LRSekaeva@kpfu.ru
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2799-2674>
РИНЦ: https://elibrary.ru/author_profile.asp?id=431988

Михеев Владимир Владимирович — аспирант кафедры «Теоретической механики отделения механики», Институт математики и механики имени Н.И. Лобачевского, ФГАОУ ВО «Казанский (Приволжский) федеральный университет», Казань, Россия, e-mail: VVMikheev@kpfu.ru
ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-2734-2587>

Гарькин Игорь Николаевич — кандидат технических наук, доцент кафедры «Управление качеством и технология строительного производства», ФГБОУ ВО «Пензенский государственный университет архитектуры и строительства», старший научный сотрудник, ФГАОУ ВО «Казанский (Приволжский) федеральный университет», Казань, Россия, e-mail: igor_garkin@mail.ru
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-4111-6558>
РИНЦ: https://elibrary.ru/author_profile.asp?id=541461

Статья получена: 03.02.2023. Принята к публикации: 26.04.2023. Опубликовано онлайн: 11.05.2023.

REFERENCES

1. Mokshin E.V., Berezhnoy D.V. [Determining the parameters of a localized microseismic event]. In: [*Dynamic and technological problems of structural mechanics and continuous media: Proceedings of the XXIII International Symposium. A.G. Gorshkova, Vyatichi, February 13–17, 2017. Volume I*]. Vyatichi: TRP; 2017. p. 126–127. Available at: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=29338042> (accessed 16th January 2023). (In Russ.).
2. Mokshin E.V., Berezhnoy D.V. [Determination of the Mechanical Characteristics of Thin Contrasting Interlayers in the Upper Sedimentary Cover by the Full-Wave Inversion Method]. In: [*Abstracts of the VII International Scientific Seminar "Dynamic deformation and contact interaction of thin-walled structures under the influence of fields of different physical nature", Moscow, November 12–13, 2018*]. Moscow: TRP; 2018. p. 94–96. Available at: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=36533220> (accessed 16th January 2023). (In Russ.).
3. Yurko V.A. Spectral Analysis of Higher-Order Differential Operators with Discontinuity Conditions at an Interior Point. *Contemporary Mathematics. Fundamental Directions*. 2017; 63(2): 362–372. (In Russ., abstract in Eng.) DOI: <https://doi.org/10.22363/2413-3639-2017-63-2-362-372>.
4. Levitan B.M., Sargsyan I.S. Vvedeniye v spektral'nyu teoriyu: Samosopryazhennyye obyknovennyye differentsial'nyye operatory [Introduction to Spectral Theory: Self-Adjoint Ordinary Differential Operators]. Moscow: Nauka; 1970. (In Russ.).
5. Yurko V.A. On the Inverse Problem for Differential Operators on a Finite Interval with Complex Weights. *Math. Notes*. 2019; 105(2): 313–320. (In Russ., abstract in Eng.) DOI: <https://doi.org/10.4213/mzm11854>.
6. Buterin S.A. On an Inverse Spectral Problem for a Convolution Integro-differential Operator. *Results in Mathematics*. 2007; 50(3): 173–181. (In Eng.) DOI: <https://doi.org/10.1007/s00025-007-0244-6>.
7. Freiling G., Yurko V.A. Inverse problems for Sturm-Liouville differential operators with a constant delay. *Applied Mathematics Letters*. 2012; 25(11): 1999–2004. (In Eng.) DOI: <https://doi.org/10.1016/j.aml.2012.03.026>.
8. Danilov A.M., Domke E.P., Gar'kina I.A. Formalization of the Assessment by The Operator of The Object Control Characteristics. *Information Systems and Technologies*. 2012; (2): 5–10. Available at: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=17682753> (accessed 28th January 2023). (In Russ., abstract in Eng.).
9. Agakhanov E.K., Agakhanov M.K. Pore pressure when compacting two-phase soil. *Russian Journal of Transport Engineering*. 2020; 7(1): 06SATS120. (In Russ., abstract in Eng.) DOI: <https://doi.org/10.15862/06SATS120>.
10. Skvortsov D.S., Zhaisambaev E.A., Derevnin D.V., Parenkina O.A. Determination of the length of piles immersed in the soil by the method of an acoustic wave excited in a pile by impact. *Russian Journal of Transport Engineering*. 2020; 7(2): 13SATS220. (In Russ., abstract in Eng.) DOI: <https://doi.org/10.15862/13SATS220>.
11. Zaitsev A.A., Artyushenko I.A. The study of the soil of the base of the Krasnoyarsk territory and the method of strengthening. *Russian Journal of Transport Engineering*. 2020; 7(1): 01SATS120. (In Russ., abstract in Eng.) DOI: <https://doi.org/10.15862/01SATS120>.
12. Arov D., Dym H. Bitangential Direct and Inverse Problems for Systems of Integral and Differential Equations. Cambridge: Cambridge University Press; 2012. Available at: <https://www.cambridge.org/core/books/bitangential-direct-and-inverse-problems-for-systems-of-integral-and-differential-equations/A1D516DB9C942EFC713113E8DAF9AAA0> (accessed 28th January 2023). (In Eng.) DOI: <https://doi.org/10.1017/CBO9781139093514>.
13. Shishlenin M.A., Novikov N.S. Comparative Analysts of Two Numerical Methods for Solving of Gelfand-Levitan-Krein Equation. *The journal Siberian Electronic Mathematical Reports*. 2011; 8: 379–393. Available at: <https://elibrary.ru/item.asp?id=17258777> (accessed 28th January 2023). (In Russ., abstract in Eng.).
14. Ariskin M.V., Garkin I.N. Analysis of Falling Hammer-Head Crane Based on Creation Models in SCAD 11.5. *Fundamental research*. 2016; (10-2): 243–247. Available at: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=27196281> (accessed 28th January 2023). (In Russ., abstract in Eng.).

15. Klyuev S.V., Klyuev A.V., Garkin I.N. Comparative Analysis of Uncut Crane Beams. *Regional architecture and construction*. 2022; (3): 101–116. (In Russ., abstract in Eng.) DOI: https://doi.org/10.54734/20722958_2022_3_101.
-

Information about the authors:

Dmitry V. Berezhnoy — Kazan (Volga Region) Federal University, Kazan, Russia, e-mail:

[bereznoi.dmitri@mail.ru](mailto:berezhnoi.dmitri@mail.ru)

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6785-4401>

RSCI: https://elibrary.ru/author_profile.asp?id=128857

Linar S. Sabitov — Kazan (Volga Region) Federal University, Kazan, Russia, e-mail: sabitov-kgasu@mail.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-7381-9752>

RSCI: https://elibrary.ru/author_profile.asp?id=621017

Liliya R. Sekaeva — Kazan (Volga Region) Federal University, Kazan, Russia, e-mail: LRSekaeva@kpfu.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2799-2674>

RSCI: https://elibrary.ru/author_profile.asp?id=431988

Vladimir V. Mikheev — Kazan (Volga Region) Federal University, Kazan, Russia, e-mail:

VVMikheev@kpfu.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-2734-2587>

Igor N. Garkin — Penza State University of Architecture and Construction, Penza, Russia, Kazan (Volga Region) Federal University, Kazan, Russia, e-mail: igor_garkin@mail.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-4111-6558>

RSCI: https://elibrary.ru/author_profile.asp?id=541461

Submitted: 3rd February 2023. Revised: 26th April 2023. Published online: 11th May 2023.